

## Программа экзамена по марковским цепям (теория), декабрь 2020.

1. Марковские цепи с конечным числом состояний. Два эквивалентных определения и построение.
2. Стохастические матрицы и их свойства.
3. Матрица переходных вероятностей марковской цепи. Формула для распределения вероятностей  $p^{(n)}$  на  $n$ -ом шаге. Однородные марковские цепи.
4. Марковская цепь за  $n$  шагов и ее переходные вероятности. Уравнение Колмогорова-Чепмена.
5. Примеры марковских цепей: случайные блуждания; модель Гальтона-Ватсона; модель, используемая в алгоритме PageRank (в простейшей его версии, рассмотренной на лекции).
6. Вероятность вымирания в модели Гальтона-Ватсона.
7. Стационарные распределения марковских цепей. Их существование, два доказательства (в том числе метод Боголюбова-Крылова).
8. Эргодические матрицы переходных вероятностей. Эргодическая теорема для марковских цепей с конечным числом состояний (при условии, что МПВ цепи эргодическая).
9. Закон больших чисел: классический и для цепей Маркова.
10. Алгоритм Метрополиса-Хастингса. Расшифровка текстов.
11. Теорема Перрона-Фробениуса и вокруг нее.