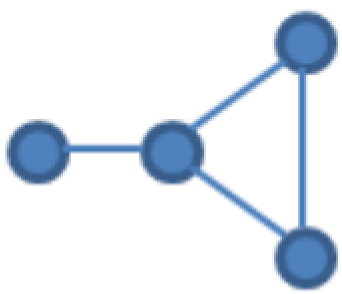
Задачи по докладу Самойленко и Ожегова (Теоретико-игровые модели образования сетей)

1. Пусть $m_{u,v}$ – суммарная интенсивность встреч, на которых присутствовали агенты u,v.
   $m_{u,v}^{u}$ – суммарная интенсивность встреч, организованных агентом u, на которых присутствовали u,v.
   Докажите что тогда в стабильной конфигурации верно:
   $m_{u,v} > 1 \Rightarrow m_{u,v}^{u} = m_{u,v}^{v} = 0$
2. В терминах предыдущей задачи если G – поддерживаемый(получившийся из стабильной конфигурации) граф, то
   $m_{u,v}^{u} > 0 \Rightarrow (u; v) \in G$
3. В модели Чайеса-Боргса звезда с более чем одним листом не является поддерживаемым графом
4. Клика размера k будет являться сильным подграфом поддерживаемого графа только в случае $\gamma > \frac{1}{k}$
5. Если все вершины графа обладают степенью больше либо равной двум, а средний коэффициент кластеризации обозначается как E(G), а d_G – средняя степень вершины, то верно следующее утверждение:
   $$\mathcal{E}(G) \geqslant 1/\bar{d}_G.$$
6. В любом связном поддерживаемом графе верно следующее утверждение:
   $$\mathcal{E}(G) \geqslant 1/(2\bar{d}_G)$$
7. Для данного на картинке графа узнайте а) его глобальный коэффициент кластеризации б) его средний коэффициент кластеризации в) при каких $\gamma = \frac{a}{c}$ где а – выигрыш от образования связи, а с – издержки приглашения одного агента на событие граф будет являться поддерживаемым



8. Опишите, как можно построить поддерживаемый граф сколь угодно большого диаметра(для каких-нибудь а и с)
9. Почему если при данном γ и количестве вершин n поддерживается хотя бы какой-то непустой граф, то полный так же поддерживается?
10. Пусть каждый агент приглашает не более K других агентов. Что тогда можно сказать про среднюю степень графа? А про коэффициент кластеризации?