1. Введение в теорию интегральных уравнений. Листок 1.

Срок сдачи – 11 февраля.

Проверить, какие из данных функций являются решениями указанных интегральных уравнений.

1. $\varphi(x) = 1, \qquad \varphi(x) + \int\limits_0^1 x(e^{2xt} - 1)\varphi(t)dt = e^{2x} - 2.$

2. $\varphi(x) = 2e^x\left(x - \dfrac{1}{2}\right), \qquad \varphi(x) + 2\int\limits_0^1 e^{x-t}\varphi(t)dt = 2xe^x.$

3. $\varphi(x) = 1 - \dfrac{2\sin x}{1 - \dfrac{\pi}{2}}, \qquad \varphi(x) - \int\limits_0^\pi \cos(x+t)\varphi(t)dt = 1$.

4. $\varphi(x) = \sqrt{x}, \qquad \varphi(x) - \int\limits_0^1 K(x,t)\varphi(t)dt = \dfrac{4\sqrt{x}}{15}(\sqrt{x} - x^2),$

$K(x,t) = \begin{cases} x(1-t), & x \le t \le 1 \\ t(1-x), & 0 \le t \le x \end{cases}.$

5. $\varphi(x) = e^x, \qquad \varphi(x) + \lambda\int\limits_0^1 \sin xt\,\varphi(t)dt = 1.$

6. $\varphi(x) = \cos x, \qquad \varphi(x) - \int\limits_0^\pi (x^2 + t)\cos t\,\varphi(t)dt = \sin x.$

7. $\varphi(x) = xe^{-2x}, \qquad \varphi(x) - 4\int\limits_0^\infty e^{-2(x+t)}\varphi(t)dt = (x - 1/4)e^{-2x}.$

8. $\varphi(x) = \cos 2x, \qquad \varphi(x) - 3\int\limits_0^\pi K(x,t)\varphi(t)dt = 0,$

$K(x,t) = \begin{cases} \sin x\cos t, & x \le t \le \pi \\ \sin t\cos x, & 0 \le t \le x. \end{cases}.$

9. $\varphi(x) = \dfrac{4C}{\pi}\sin x,$ где C– произвольная постоянная,

$\varphi(x) - 4\pi\int\limits_0^\infty \sin x\,\dfrac{\sin^2 t}{t}\,\varphi(t)dt = 4(1/\pi - \pi)\sin x.$