

Семинар 18

1. Опишите все подполя циклического расширения $\mathbb{Q}(1^{1/8})$.
2. Опишите все квадратичные поля, содержащиеся в циклическом поле $\mathbb{Q}(1^{1/7})$.
3. Найти группу Галуа поля разложения многочлена $X^5 + 2$ над полем рациональных чисел.
4. Присоединим к полю $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$ корни многочлена $X^3 - 10$. Найти группу Галуа полученного расширения над полем $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$.
5. Пусть корень неприводимого над \mathbb{Q} многочлена лежит в некотором расширении Галуа поля \mathbb{Q} . Доказать, что все его корни лежат в этом расширении.
6. Построить многочлен 5 степени с целыми коэффициентами, старшим коэффициентом равным единице, неприводимый над полем рациональных чисел и имеющий ровно 3 вещественных корня.
- 7 (теорема Галуа). Доказать, что группа Галуа построенного многочлена изоморфна S_5 .