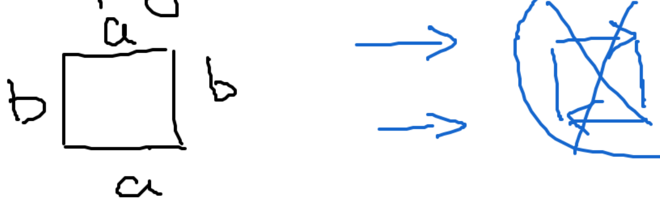
Лекция 6. 26.02.2021

Геометрическое определение чисел Гурвица.

Двумерная пов-ть – ориентированная, связная, компактная.

ориентированная $\Leftrightarrow$ нельзя вырезать лист Мебиуса
$\Updownarrow$
склеивание сторон многоугольника ориентир. навстречу

Поверхность можно триангулировать $\Leftrightarrow$ склеивать из треугольников $\Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow$ представлять как склейка многоугольника



лента Мебиуса

Теор. о классиф. Любая 2-мерная, ориент, связн, комп. пов-ть это стандартная склейка $4g$-угольника $abab\,cdcd\ldots$. И она представляет собой сферу с g ручками

род поверхности

Величина В–Р+Г не зависит от склейки и явл. инвариантом поверхности. Для стандартной склейки

В = 1
Г = 1
Р = 2g

В–Р+Г = 2 – 2g

Опр Величина В–Р+Г у склейки называется Эйлеровой характеристикой пов-ти.

Фундаментальная группа – это классы гомотоп. эквив петель с началом и концом в x_0.

$\pi_1(M, x_0)$

Накрытие (неразветвленное) $\begin{array}{c} M \\ \downarrow p \\ N \end{array}$ если $\forall x \in N$ $\exists$ окрестность $V \subset N$ т.что $p^{-1}(V) = \bigcup_{i=1}^{n} U_i$ т.что $p|_{U_i}$ гомеоморфизм на V

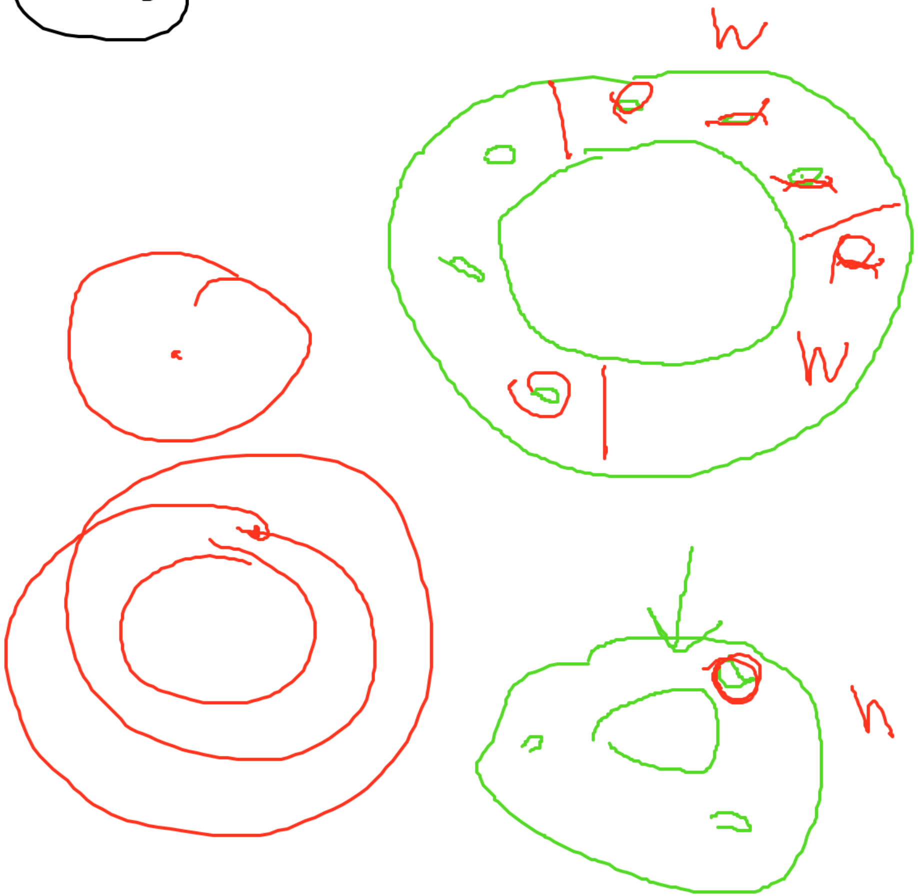
Пример $N \times \Delta \twoheadrightarrow N$

дискретное

Степень накрытия n это степень накрытия. n-листное накрытие.

Теорема $\begin{array}{c} M \\ \downarrow p \\ N \end{array} \Rightarrow \chi(M) = n \cdot \chi(N)$ если p – n листное неразветв. накрытие.

Док-во. Рассм. триангуляцию N (маленькую). $\Rightarrow$ у треугольника n попарно непересек. прообразов. У вершин и ребер тоже n прообразов. И сверху в M получается триангуляция $\Rightarrow$ всё ОК ◀



$g-1=6$

$\deg = 2$

$h-1=3$

Монодромия.

$$\begin{array}{c} M \\ \downarrow p \\ N \end{array}$$

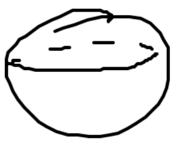
n прообразов x_0.

γ - петля в N — определяет перестановку прообразов точки x_0.

гомоморфизм из $\pi_1(N, x_0)$ в подгруппу перестановок точек $p^{-1}(x_0)$.

Разветвл. накр.:

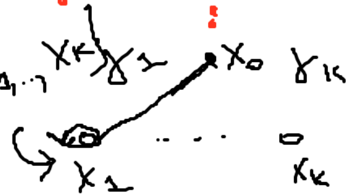
S^2



неразветвл. накрытие над сферой с проколами.

$$\begin{array}{c} M \\ \downarrow p \\ S^2 \setminus \{x_1, \dots, x_k\} \end{array}$$

$n = \deg$ накрытия



— вырезаем k точек.

Было неразветвл. накрытие $M \to S^2$ в у точек $x_1 \dots x_k$ конечное число прообразов.

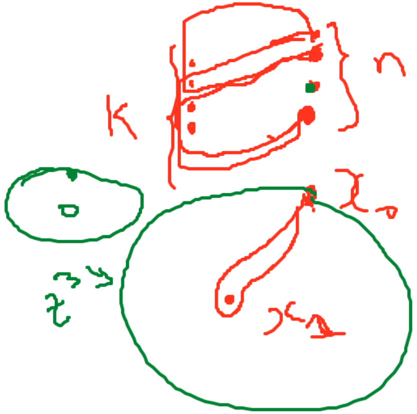
$\pi_1(S^2 \setminus \{x_1, \dots, x_k\}, x_0)$

$\gamma_i \mapsto \sigma_i$

- $\sigma_k \circ \sigma_{k-1} \circ \dots \circ \sigma_1 = id$
- $\langle \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k \rangle$ действует транзитивно на n точках (если M связно).

Конструкция работает в обратном направлении (от подгруппы $\longrightarrow$ к накрытию)

Добавим в M столько точек сколько циклов в перестановках σ_i.



$\sigma_1 = (1\,2\,3)(\quad)(\quad)$