**Программа экзамена:**

Нормированные и банаховы пространства. Примеры.

Евклидово пространство. Ортогональные базисы. Процесс ортогонализации.

Неравенство Бесселя. Замкнутые ортогональные системы. Равенство Парсеваля.

Вещественный и комплексные гильбертовы пространства. Теорема об изоморфизме.

Пространства L1 и L2. Теоремы о полноте этих пространства.

Различные типы сходимости: равномерная, в среднем, почти всюду, по мере.

Ортогональные системы функций в L2. Тригонометрические ряды Фурье.

Многочлены Лежандра и Чебышева. Ряды Фурье в n-мерном пространстве.

Условия сходимости ряда Фурье в точке. Интеграл Дирихле. Условие Дини.

Условия равномерной сходимости ряда Фурье. Теорема Фейера.

Полнота тригонометрической системы. Теоремы Вейерштрасса.

Гладкость функции и скорость убывания коэффициентов ряда Фурье.

Применение рядов Фурье. Изопериметрическое неравенство. Метод Фурье разделения переменных.

Решение методом Фурье одномерного уравнения теплопроводности на отрезке.

Решение методом Фурье уравнения упругих колебаний струны.

Задача Штурма-Лиувилля. Собственные значения и собственные функции. Полнота системы собственных функций.

Интеграл Фурье. Теорема об обращении. Интеграл Фурье в комплексной форме.

Преобразование Фурье в пространстве L1(R).

Преобразование Фурье в пространстве Шварца и его свойства. Свертка функций.

Применение преобразования Фурье для решения уравнения теплопроводности в R^1. Формула Пуассона.

Решение уравнения теплопроводности в R^n. Решение уравнения упругих колебаний бесконечной струны с помощью преобразования Фурье.

Преобразование Фурье свертки функций. Преобразование Фурье в пространстве L2(R). Теорема Планшереля.

Обобщенные функции и действия с ними.