

Листок 1.

1. Доказать, что множества целых и рациональных чисел счетны.
2. Докажите, что следующие множества континуальны:
 - (а) множество плоскостей в трехмерном пространстве;
 - (б) множество квадратов на плоскости;
 - (с) объединение континуального набора континуальных множеств.
3. Какова мощность множества всех возрастающих последовательностей натуральных чисел?
4. Докажите, что простых чисел бесконечно много.
5. Докажите, что число иррационально: (а) $\sqrt{2}$ (б) $\cos 20^\circ$.
6. Пусть E – счетное множество на прямой. Докажите, что найдется число a такое, что $E + a$ и E не пересекаются.
7. Доказать, что не существует такого счетного набора P числовых последовательностей, что для всякой последовательности чисел x_n найдется последовательность $(p_n) \in P$, для которой $x_n \leq p_n$ при всех n .
8. Докажите, что множество точек строго локального максимума произвольной функции одного вещественного аргумента не более чем счетно.
9. Что можно сказать про функцию, график которой симметричен относительно двух вертикальных прямых?
10. Постройте графики функций:
 - (а) $y = \frac{x^2+3x+1}{x+2}$,
 - (б) $y = \arcsin(\cos x)$
 - (с) $y = 2^{\operatorname{tg} x}$.