Семинар 1

1. Проверить, что функция $f(x) = \exp(kx)$, $k \in \mathbb{C}$, задает одномерное представление аддитивной группы вещественных чисел.

2. Проверить, что функция $f(x+iy) = \exp(k_1 x)\exp(ik_2 y)$, $k_1, k_2 \in \mathbb{C}$, задает одномерное представление аддитивной группы комплексных чисел.

3. Проверить, что функция $f(z) = \exp(k \ln|z| + in \arg z)$, $k \in \mathbb{C}$, $n \in \mathbb{Z}$, задает одномерное представление мультипликативной группы комплексных чисел.

4. Проверить, что функция $rot(\phi) \to \exp in\phi$, $n \in \mathbb{Z}$, задает одномерное представление группы вращений окружности ($rot()$ – это поворот окружности на указанный угол по часовой стрелке).

5. Доказать, что линейная группы $GL(2,\mathbb{C})$ неприводимо действует в пространстве $\mathbb{C}^2$.

6. Группа G порождается элементами a и b с определяющими соотношениями $a^4 = b^2 = (ab)^2 = 1$. Доказать, что в этой группе восемь элементов и что она изоморфна группе симметрий квадрата. Найти точное двумерное неприводимое комплексное представление этой группы.