

Семинар 2

1. Рассмотрим циклическую группу $\mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$ её одномерное представление $T_m(k \bmod N) = \exp(2\pi mk/N)$. Доказать, что её (левое) регулярное представление изоморфно прямой сумме представлений T_m , $m = 1, \dots, N$.

2. Найти все одномерные представления группы $\mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$

а) над полем комплексных чисел;

б) над полем вещественных чисел.

3. Опишите все конечномерные представления группы $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ (характеристика поля не равна 2) с точностью до изоморфизма.

4. Найдите все неприводимые представления группы $\mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$ над полем вещественных чисел с точностью до изоморфизма.

5. Найти все одномерные представления группы $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$

а) над полем из пяти элементов;

б) из двадцати пяти элементов.

6. Пусть в векторном пространстве V задано представление T группы G . Тогда в двойственном пространстве V^* естественным образом (как?) возникает представление T^* группы G , которое называется контрагredientным представлением. Рассмотрим матричные реализации представления T в некотором базисе пространства V и представления T^* в двойственном базисе пространства V^* . Как связаны матрицы $T(g)$ и $T^*(g)$?