

1. Выяснить, при каких $p > 0$ сходится ряд $\sum_{n>1} \frac{1}{n(\ln n)^p}$.
2. Пусть ряд $\sum a_n^2$ сходится. Обязательно ли сходится ряд $\sum a_n^3$?
3. Пусть ряд $\sum a_n^2$ сходится и $a_n \neq 0$. Обязательно ли сходится ряд $\sum a_n^3 \ln |a_n|$?
4. Пусть ряд из чисел a_n сходится абсолютно. Доказать, что всякая его перестановка имеет такую же сумму, как и исходный ряд. Показать, что это неверно для ряда из $(-1)^n n^{-1}$.
5. Привести пример сходящейся к нулю последовательности чисел $a_n > 0$ с $a_{n+1} < a_n$, для которой ряд из чисел n^{-1-a_n} а) сходится б) расходится.
6. Доказать, что множество предельных точек всякого множества на прямой замкнуто.
7. Доказать, что множество иррациональных чисел нельзя представить в виде счетного объединения замкнутых множеств.
8. Может ли замкнутое подмножество множества иррациональных чисел отрезка быть несчетным?
9. Доказать, что мощность множества всех замкнутых подмножеств прямой континуальна.
10. Пусть C — множество Кантора. Найти множество $C + C$, состоящее из всевозможных сумм $c_1 + c_2$, где $c_1, c_2 \in C$. Найти также множество $C - C$, состоящее из всевозможных разностей точек из C .
11. Пусть K — несчетное замкнутое множество в отрезке. Верно ли, что множество $K - K$ всевозможных разностей $k_1 - k_2$, где $k_1, k_2 \in K$, имеет внутренние точки?