

## Семинар 2.

**Задача 1.** Пусть  $f : \mathbb{P}^1 \xrightarrow{\sim} \mathbb{P}^1$  - проективное отображение. Сколькими парами соответственных точек это отображение определяется однозначно?

**Задача 2.** Даны две различные проективные прямые  $l$  и  $m$  в проективной плоскости, пересекающиеся в точке  $S$ , и дано перспективное отображение  $\bar{f} : l \xrightarrow{\sim} m$  с центром  $A \notin l \cup m$ . (По определению, образом произвольной точки  $X \in l_1$  при отображении  $F$  является точка  $Y = (AX) \cap m$ .) Докажите, что  $\bar{f}$  является проективным отображением.

**Задача 3.** Из определения перспективного отображения  $\bar{f} : l \xrightarrow{\sim} m$  между двумя прямыми  $l$  и  $m$  на плоскости, данного в предыдущей задаче, следует, что  $\bar{f}(S) = S$ . Докажите, что, обратно, всякое проективное отображение  $\bar{f} : l \xrightarrow{\sim} m$ , при котором точка  $S = l \cap m$  отображается в себя, является перспективным отображением.

**Задача 4.** Даны две различные проективные прямые  $l$  и  $m$  в проективной плоскости, пересекающиеся в точке  $S$ , и дано проективное отображение  $\bar{f} : l \xrightarrow{\sim} m$  такое, что  $\bar{f}(S) \neq S$ . В композицию какого минимального числа перспектив можно разложить отображение  $\bar{f}$ ?

**Задача 5.** Дана проективная прямая  $l$ , и дано проективное преобразование  $f : l \xrightarrow{\sim} l$ , задаваемое в аффинной карте на  $l$  с аффинной координатой  $x$  как дробно-линейное преобразование  $x' = \frac{ax+b}{cx+d}$ .  $f$  инволюцией,  $f$  не является тождественным преобразованием, а его квадрат  $f^2 := f \circ f$  является тождественным преобразованием. Какие условия надо наложить на коэффициенты  $a, b, c, d$ , чтобы  $f$  было инволюцией?