

## ЗАДАЧИ 3 СЕТ, 8.10.2021

1. Докажите, что последовательность случайных величин  $\xi_0, \xi_2, \dots$  в модели Гальтона-Ватсона образует марковскую цепь. Вычислите ее переходные вероятности для случая, когда  $\mathbb{P}(\eta_n^i = 2) = p$ , а  $\mathbb{P}(\eta_n^i = 0) = 1 - p$ , где  $0 < p < 1$  (в этом случае можно думать про бактерию, которая либо успевает поделиться до своей смерти, либо умирает, не оставив потомства).
2. Кандидату в депутаты районного совета села Марковка Коле не хватает денег на избирательную кампанию. Объявив сбор среди односельчан, Коля собрал 300 рублей, а для постановки агитационного куба ему нужно 800 рублей. Местный богач - владелец пивного ларька Ермил - согласился сыграть с Колей в игру по таким правилам. Если Коля ставит  $A$  рублей, Коля выиграет  $A$  рублей с вероятностью 0.4 и проиграет  $A$  рублей с вероятностью 0.6.

Нарисуйте соответствующее этому процессу случайное блуждание. Найдите вероятность того, что Коля сможет поставить свой куб до того, как растратит все собранные с односельчан деньги, если

- 1) он ставит каждый раз ровно 100 рублей (так советует Колина мама)
- 2) он ставит каждый раз наибольшую возможную для себя сумму (такую, чтобы в случае выигрыша он собрал не больше нужных 800 рублей) - так рекомендует делать Колин папа.

Чья стратегия даст Коле больше шансов накопить денег и поставить куб?

*Подсказка:* Рассмотрите вероятности  $\phi(x)$  того, что Коля наберет 800 рублей прежде, чем потеряет все деньги, при условии, что в начале у него есть  $x$  рублей, для различных  $x$ . Как они между собой связаны?