

Анализ на многообразиях 2021. Вопросы к первому коллоквиуму

1. Топологические многообразия. Гладкие многообразия. Карты, атласы, локальные координаты. Кольцо гладких функций.
2. Кривые в \mathbb{R}^n . Регулярные кривые. Замена параметра. Длина дуги кривой. Натуральный параметр. Кривизна кривой.
3. 1 - форма в \mathbb{R}^n . Криволинейный интеграл. Независимость интеграла от параметризации и системы координат.
4. Дифференциал функции. Интеграл от дифференциала.
5. Замкнутые 1 формы в \mathbb{R}^n . Точность замкнутой формы в шаре.
6. Работа силы как криволинейный интеграл. Потенциальные силы. Нахождение потенциала.
7. Теорема о неявной функции. Подмногообразия в \mathbb{R}^n , заданные системами уравнений.
8. Параметрически заданные подмногообразия в \mathbb{R}^n .
9. Касательное пространство к поверхности в \mathbb{R}^n .
10. Ориентация на многообразии. Существование на ориентируемом многообразии ровно двух различных ориентаций.
11. Критерий неориентируемости многообразия. Примеры неориентируемых многообразий.
12. Касательные векторы и касательное пространство к многообразию в точке. Координаты касательного вектора. Формула преобразований координат касательного вектора при замене координат.
13. Гладкие отображения многообразий. Дифференциал гладкого отображения.
14. Касательный вектор как дифференцирование кольца функций в точке. Эквивалентность двух определений.
15. Векторное поле на многообразии как гладкое семейство касательных векторов и как дифференцирование кольца функций. Эквивалентность двух определений.
16. Коммутатор векторных полей. Алгебра Ли векторных полей на многообразии.
17. Векторные расслоения. Определение и примеры. Эквивалентные расслоения.
18. Задание векторного расслоения коциклом отображений перехода.
19. Касательное и кокасательные расслоения. Функции перехода. Карты и атласы.
20. Сечения векторного расслоения. Критерий тривиальности векторного расслоения.
21. Матричные группы. Структура гладкого многообразия на матричной группе. Тривиальность касательного расслоения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] В.А.Зорич, Математический Анализ II, МЦНМО 2012
- [2] С.М.Натанзон, Введение в теорию гладких многообразий, МЦНМО 2020
- [3] С.П.Новиков, И.А.Тайманов, Современные геометрические структуры и поля, МЦНМО 2005
- [4] Ф.Уорнер, Основы теории гладких многообразий и групп Ли, Бибматфиз 1987