Семинар 6

1. Доказать, что линейная оболочка матричных элементов представления корректно определена, то есть не зависит от выбора базиса в пространстве представления.

2. Проверить, что формула $(f_1, f_2) = 1/|G| \sum\limits_{g \in G} f_1(g) \bar{f}_2(g)$ задает эрмитово скалярное произведение в пространстве комплекснозначных функций на конечной группе G. Доказать, что это скалярное произведение инвариантно относительно правых и левых сдвигов на группе.

3. Пусть S и T – неприводимые, неэквивалентные, комплексные представления конечной группы, $\chi(S), \chi(T)$ – их характеры. Доказать,что $(\chi(S), \chi(T)) = 0$. Если неприводимые представления S и T эквивалентны, то$(\chi(S), \chi(T)) = 1$ (здесь и в дальнейшем рассматривается скалярное произведение из задачи 2).

4. Доказать, что число сцепления двух комплексных представлений конечной группы равно скалярному произведению их характеров.

5. Доказать, что комплексное представление T неприводимо тогда и только тогда, когда $(\chi(T), \chi(T)) = 1$.

6. Найти характеры неприводимых представлений группы диэдра D_n.

7. Найти характеры неприводимых представлений группы A_4.