

Контрольная 23 октября

Вариант 1

1. Пусть пространство сплетающих операторов комплексного представления группы имеет размерность 1. Следует ли отсюда, что это представление неприводимо?

2. Пусть T_1, T_2 – неприводимые, неэквивалентные комплексные представления группы G . Вычислить размерность пространства операторов, сплетающих представления $3T_1 \oplus 5T_2$ и $5T_1 \oplus 3T_2$.

3. Назовем перестановку в симметрической группе S_{11} понятной, если она записывается в виде произведения двух независимых транспозиций. Известно, что у группы S_{11} есть комплексное, десятимерное, неприводимое представление T , в котором понятная перестановка (12)(34) записывается диагональной матрицей с восемью 1 и двумя -1 на диагонали. Найти сумму матриц $T(\sigma)$, где σ пробегает все понятные перестановки.

Контрольная 23 октября

Вариант 2

1. Пусть $T(g) = \lambda(g) \in \mathbb{C}^*$ – одномерное представление группы G . Рассмотрим двойственное представление T^* . Чему равно $T^*(g)$?

2 Пусть T_1, T_2, T_3 – три неприводимых, попарно неэквивалентных комплексных представления группы G . Вычислить размерность пространства операторов, сплетающих представления $3T_1 \oplus 5T_2$ и $T_1 \oplus 6T_2 \oplus 11T_3$.

3. Назовем перестановку в симметрической группе S_{10} понятной, если она записывается в виде произведения двух независимых транспозиций. Известно, что у группы S_{10} есть комплексное, девятимерное, неприводимое представление T , в котором понятная перестановка (12)(56) записывается диагональной матрицей с семью 1 и двумя -1 на диагонали. Найти сумму матриц $T(\sigma)$, где σ пробегает все понятные перестановки.

Контрольная 23 октября

Вариант 3

1. Может ли матрица $\begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$ быть перестановочной со всеми матрицами некоторого вещественного неприводимого двумерного представления конечной группы?

2. Существует ли комплексное представление циклической группы второго порядка, для которого размерность пространства сплетающих операторов равна 26?

3. Назовем перестановку в симметрической группе S_9 понятной, если она записывается в виде произведения двух независимых транспозиций. Известно, что у группы S_9 есть комплексное, восьмимерное, неприводимое представление T , в котором понятная перестановка (12)(59) записывается диагональной матрицей с шестью 1 и двумя -1 на диагонали. Найти сумму матриц $T(\sigma)$, где σ пробегает все понятные перестановки.