

## Семинар 9 (в частности, задачи (1-6) для подготовки к очередной контрольной)

1. Могут ли в какой-нибудь строке таблицы характеров стоять одни шестерки? (строки нумеруют представления)
2. Могут ли в каком-нибудь столбце таблицы характеров стоять одни шестерки? (строки нумеруют представления)
3. Доказать, что комплексные характеры конечной абелевой группы  $G$  в свою очередь образуют группу, изоморфную группе  $G$  (группа характеров называется двойственной группой).
4. Сколько неэквивалентных 5-мерных комплексных представлений у циклической группы порядка 3?
5. Построить таблицу характеров группы  $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ .
6. В пространстве комплекснозначных функций на группе  $S_3$  постройте базис, состоящий из матричных элементов, и разложите по этому базису функцию, принимающую на перестановке из группы значение, равное числу беспорядков в этой перестановке.
7. Пусть  $T$  неприводимое  $n$ -мерное комплексное представление конечной группы с характером  $\rho$ . Вычислить  $\sum \bar{\rho}(g)T(g)$  (суммирование по всем элементам группы).