

1. Найти производную функции: а) $\sin \cos x$, б) $\sin \ln \cos e^x$, в) $\ln \ln \ln x$, г) $\sqrt{x + \sqrt{x}}$, е) $(2x + 3)^2(x + 1)^3$.
2. Может ли функция на \mathbb{R} быть дифференцируемой только в точке 0 и точках $1/n$, где $n \in \mathbb{N}$?
3. Пусть f – дифференцируемая функция на $(-1, 1)$ и $f(0) = 1$. Вычислите предел $\lim_{n \rightarrow \infty} (f(\frac{t}{n}))^n$, $t \in (-1, 1)$.
4. Пусть f – дифференцируемая функция на прямой. Доказать, что множество таких точек x , что $f(x) = 0$, но $f'(x) \neq 0$, не более чем счетно.
5. Во всех ли точках отрезка $[0, 1]$ дифференцируема канторовская лестница?
6. а) Доказать, что $(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{x^2 + 1}$. б) Доказать, что функция $\operatorname{arctg} x$ не является рациональной.
7. Найдите пределы:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x) \ln x, \quad (b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{1/x^2} - 1}{2 \operatorname{arctg} x^2 - \pi}, \quad (c) \lim_{x \rightarrow 0} x^{\frac{1}{\ln(e^x - 1)}}.$$

8. Найдите пределы:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x \sqrt[3]{1 + x^2}}{x^5}, \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x/3} - \sqrt{\frac{3+x}{3-x}}}{x^3}.$$