Листок семинаров 10.

1. Прямая $y = kx + b$ называется асимптотой графика функции f (или просто функции f) при $x \to +\infty$, если $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-kx-b) = 0$. Аналогично определяется асимптота при $x \to -\infty$.

Доказать, что f имеет асимптоту $y = kx + b$ при $x \to +\infty$ в точности тогда, когда существуют конечные пределы

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = k, \quad \lim_{x\to+\infty}(f(x) - kx) = b.$$

2. Пусть существует конечный предел $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = k$. Верно ли, что f имеет асимптоту?

При построении графиков предполагается нахождение участков возрастания и убывания, выпуклости и вогнутости, наличие асимптот, локальных минимумов и максимумом (точных или приближенных).

3. Построить график функции (i) $\dfrac{x^2}{x-1}$, (ii) $\dfrac{x-2}{\sqrt{x^2+1}}$.

4. Построить график функции (i) $x^{1/x}$, $x > 0$, (ii) $(1+x)^{1/x}$, $x > 0$, (iii) $x(1+1/x)^x$, $x > 0$.

5. Построить график функции $2^{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}}$, $|x| \geq 1$.

6. Построить график функции $x^{2/3} - (x^2 + 1)^{1/3}$.