

## Семинар 10

1. Доказать, что комплексное представление конечной группы эквивалентно своему двойственному тогда и только тогда, когда его характер принимает вещественные значения.
2. Показать, что любая конечная группа порядка  $> 2$  имеет более двух неприводимых комплексных представлений.
3. Разложить на неприводимые представление группы  $A_4$  в пространстве комплекснозначных функций на ребрах правильного тетраэдра.
4. Пусть  $T$  – тождественное представление группы  $SL(2, \mathbb{C})$ . Разложить на неприводимые представление  $T \otimes T^*$  (звездочка означает переход к двойственному представлению).
5. Разложить на неприводимые внешние степени неприводимого трехмерного представления группы  $A_4$ .
- 6\*. Доказать для комплексного неприводимого представления  $T$  конечной группы  $G$  в векторном пространстве  $V$  теорему плотности Бернсайда: линейная оболочка операторов  $T(g)$ ,  $g \in G$ , есть все пространство эндоморфизмов  $\text{End}V$ .