

ЛИСТОК СЕМИНАРОВ 12.

1. Найти градиент функции на \mathbb{R}^2 : $xy(x^2 + y^2)^{-1}$.
2. Найти градиент функции на \mathbb{R}^n : (i) $1/|x|$, (ii) $\ln |x|$, (iii) $e^{|x|}$.
3. Пусть A — линейный оператор в \mathbb{R}^n (необязательно симметричный). Найти градиент функции $f(x) = (Ax, x)$.
4. Пусть f — дифференцируемая функция на \mathbb{R}^n , A — линейный оператор в \mathbb{R}^n . Найти градиент функции $f(Ax)$.
5. Пусть функция f на плоскости такова, что $\partial_x f$ и $\partial_y f$ являются многочленами степени d . Доказать, что f — многочлен.
6. Пусть функция f на плоскости является многочленом по каждому переменному при фиксированном другом. Доказать, что она — многочлен.
7. Пусть функция f на \mathbb{R}^n дифференцируема и $\nabla f(x) = k(|x|)x$, где k — некоторая функция на прямой. Доказать, что $f(x)$ — функция от $|x|$.