

Программа экзамена по марковским цепям (теория). Декабрь 2021.

1. Марковские цепи с конечным либо счетным числом состояний: два эквивалентных определения. Построение марковской цепи на конечном временном интервале для заданных вероятностей перехода и начального распределения.
2. Стохастические матрицы и их свойства.
3. Матрица переходных вероятностей марковской цепи. Формула для распределения вероятностей $p^{(n)}$ на n -ом шаге. Однородные марковские цепи.
4. Марковская цепь за n шагов и ее переходные вероятности. Уравнение Колмогорова-Чепмена.
5. Примеры марковских цепей: случайные блуждания, модель Гальтона-Ватсона, PageRank.
6. Вероятность вымирания в модели Гальтона-Ватсона.
7. Стационарные распределения марковских цепей. Их существование для случая конечного числа состояний (два доказательства).
8. Перемешивающие матрицы переходных вероятностей. Эргодическая теорема для марковских цепей с конечным числом состояний.
9. Теорема Перрона-Фробениуса.
10. Закон больших чисел: классический и для цепей Маркова.
11. Алгоритм Метрополиса-Хастингса. Расшифровка текстов.

Это будет на последней лекции.

Уточнение: если вы не знаете как вычисляется распределение на n -ом шаге $p^{(n)}$, либо что такое стационарное состояние, либо не понимаете эргодическую теорему — экзамен заведомо сдать не удастся (это необходимые, но не достаточные знания для успешной сдачи экзамена).