

# Механика 2022

## ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ № 1

Срок сдачи задания: до 23:59 24.01.22

1. Дана система трех одномерных гармонических осцилляторов (все частицы движутся только вдоль оси  $Ox$ ):



Жесткости пружинок имеют следующие значения:

$$k_1 = k_4 = 3k, \quad k_2 = k_3 = 2k,$$

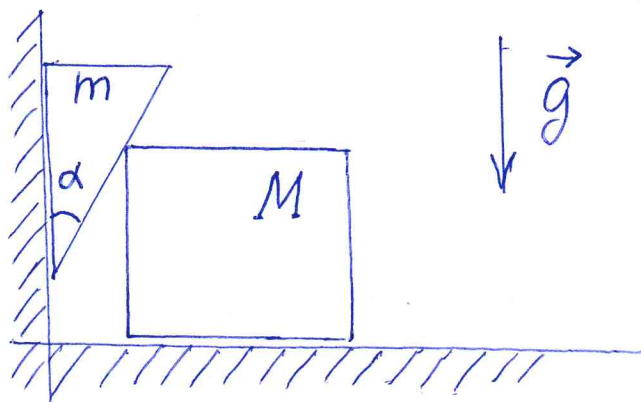
где  $k$  — параметр задачи.

- Выбрав в качестве координат смещения частиц из положения равновесия, напишите систему уравнений Ньютона.
- Найдите нормальные частоты и нормальные моды колебаний системы осцилляторов.

Для каждой из механических систем, представленных в задачах 2—5 ниже:

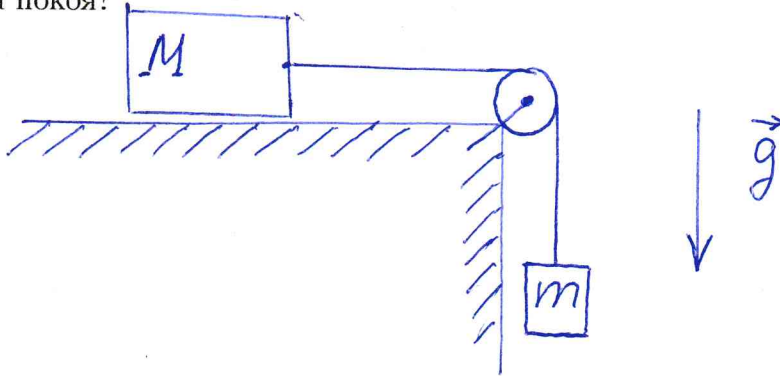
- Определите число степеней свободы системы.
- Сделав чертеж, расставьте вектора сил, действующих на тела системы, и определите кинематические связи (соотношения между скоростями тел, составляющих систему).
- Выпишите уравнения Ньютона и найдите ускорения всех тел с ненулевой массой.

2. Квадрат массы  $M$  скользит по горизонтали без трения. Треугольник массы  $m$  с углом при вершине  $\alpha$  скользит без трения вдоль вертикальной стены, не отрываясь от нее. Вторая сторона треугольника все время касается левой верхней вершины квадрата  $M$ .

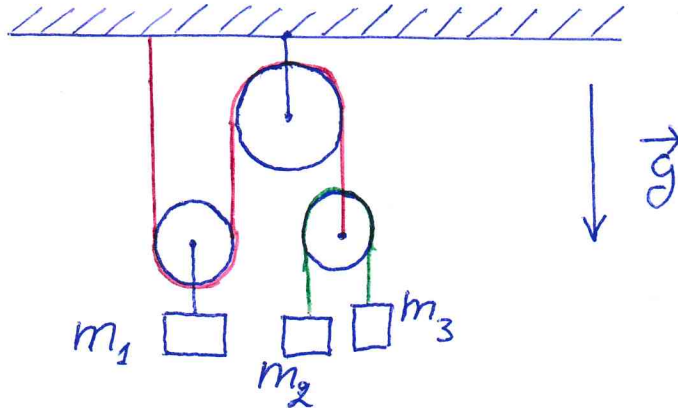


3. Груз  $m$  движется только по вертикальной прямой (не раскачивается). Груз  $M$  движется по прямой на горизонтальной поверхности с трением. Величина силы трения  $\vec{F}_{\text{тр}}$  связана с величиной силы реакции поверхности  $\vec{N}$  соотношением  $|\vec{F}_{\text{тр}}| \leq \mu|\vec{N}|$ , где число  $\mu$  называется коэффициентом трения. Здесь равенство достигается при скольжении тела  $M$  по поверхности. Груз  $M$  покоится до тех пор, пока сила трения компенсирует горизонтальную составляющую суммы всех остальных действующих на него сил.

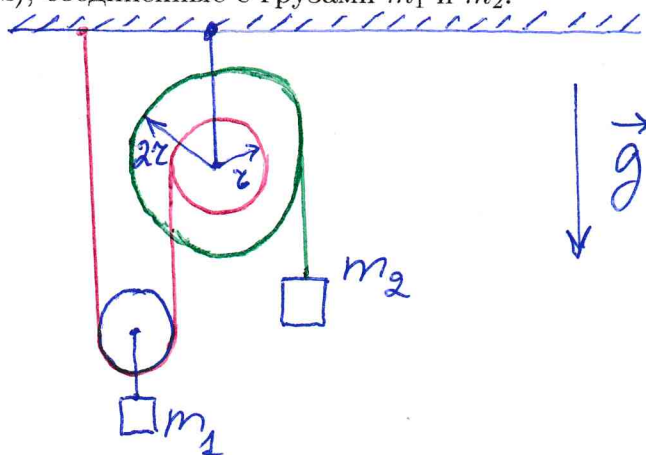
г) Определите, при каких условиях на параметры задачи груз  $M$  будет находиться в состоянии покоя?



4. Все три груза  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m_3$ , а также оси подвижных блоков, могут двигаться только по вертикали. Нити идеально гибкие, невесомые и нерастяжимые. Трением можно пренебречь.



5. Грузы  $m_1$  и  $m_2$  и ось подвижного блока перемещаются только по вертикали. Правый (двойной) блок представляет собой две жестко скрепленные соосные катушки радиусов  $r$  и  $2r$ . На эти катушки наматываются или сматываются нити (отмечены зеленым и красным цветом), соединенные с грузами  $m_1$  и  $m_2$ .



6. Для сферической системы координат вычислите производные по времени  $\dot{\vec{e}}_r$ ,  $\dot{\vec{e}}_\theta$ ,  $\dot{\vec{e}}_\phi$  от ее базисных ортов  $\vec{e}_r$ ,  $\vec{e}_\theta$  и  $\vec{e}_\phi$ . Нужно предъявить не только окончательный ответ, но и соответствующие промежуточные выкладки.

Пользуясь этим вычислением, найдите выражения для первой и второй производных по времени  $d\vec{r}/dt$  и  $d^2\vec{r}/dt^2$  от радиус-вектора частицы  $\vec{r} = r\vec{e}_r$  в сферической системе координат.

На каком подмножестве пространства  $\mathbb{R}^3$  переход к сферическим координатам не сингулярен?