

Семинар 15

1. Пусть L – конечное расширение поля K . Доказать, что такое расширение является алгебраическим (С: рассмотреть степени любого элемента в поле L).
2. Пусть L – конечное расширение поля K . Доказать, $\text{Hom}_K(L, L) = \text{Aut}_K(L)$.
3. Доказать, что $\text{Hom}_Q(\bar{Q}, \bar{Q}) = \text{Aut}_Q(\bar{Q})$.
4. Если L алгебраическое расширение поля Q , то $\bar{L} = \bar{Q}$. Доказать.
5. Пусть L – поле разложения многочлена $X^3 - 2$ над полем рациональных чисел. Доказать, что $\text{Aut}_Q(L) = S_3$.
6. Описать все гомоморфизмы поля $Q(\xi_5)$ в поле комплексных чисел (ξ_5 – примитивный корень пятой степени из единицы).
7. Описать множество всех гомоморфизмов поля $Q(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ в поле комплексных чисел.
8. Изоморфны ли поля: а) $Q(2^{1/4})$ и $Q(2^{1/4}i)$; б) $Q(\sqrt{2})$ и $Q(\sqrt{3})$?
9. Доказать, что поле разложения многочлена $X^{p^n} - X$ над полем из p элементов является конечным полем из p^n элементов.
10. Пусть L – поле разложения многочлена степени n над Q . Доказать, что степень этого расширения не превосходит $n!$.