

# Введение в теорию интегральных уравнений. Листок 2.

Срок сдачи – 4 марта

1. Решить уравнения Фредгольма второго рода:

a.  $u(x) = \lambda \int_0^{\pi} \cos x u(t) dt,$

b.  $u(x) = x + \lambda \int_0^1 (x-t) u(t) dt,$

c.  $u(x) = \lambda \int_0^{2\pi} \sin x \sin t u(t) dt + f(x),$

d.  $u(x) - \lambda \int_{-1}^1 e^{\arcsin x} u(t) dt = \operatorname{tg} x,$

e.  $u(x) - \lambda \int_0^1 \cos(q \ln t) u(t) dt = 1,$

f.  $u(x) - \lambda \int_0^1 (x \ln t - t \ln x) u(t) dt = \frac{6}{5}(1 - 4x),$

g.  $u(x) - \lambda \int_0^{\pi/2} \sin x \cos t u(t) dt = \sin x,$

h.  $u(x) - \lambda \int_0^{\pi} \sin(x-t) u(t) dt = \cos x,$

i.  $u(x) - \lambda \int_0^{2\pi} (\sin x \cos t - \sin 2x \cos 2t + \sin 3x \cos 3t) u(t) dt = \cos x,$

j.  $u(x) - \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \left[ x - \frac{1}{2}(3t^2 - 1) + \frac{1}{2}t(3x^2 - 1) \right] u(t) dt = 1.$

2. Решить уравнения Вольтерра первого рода:

a.  $\int_0^x e^{x-t} \phi(t) dt = \sin x,$

b.  $\int_0^x \sin(x-t) \phi(t) dt = e^{x^2/2} - 1.$

3. Вычислить резольвенты для интегральных уравнений второго рода (a, b — ур. Вольтерра, c, d — ур. Фредгольма):

a.  $K(x, t) = \frac{\cosh x}{\cosh t},$

b.  $K(x, t) = 2 - (x - t),$

c.  $K(x, t) = e^x \cos t,$

d.  $K(x, t) = xt(1 + xt).$