

Семинар 18

Результаты двух следующих задач бывают полезны при поисках группы Галуа. Попробуйте их доказать.

1. Если p – простое число, то подгруппа группы S_p , содержащая транспозицию и цикл длины p , совпадает со всей группой.
2. Транзитивная подгруппа группы S_n , содержащая транспозицию и цикл длины $n - 1$, совпадает со всей группой.
3. Найти группу Галуа многочлена $X^7 - 1$ над \mathbb{Q} .
4. Найти минимальный многочлен над \mathbb{Q} числа $\cos(2\pi/7)$.
5. Доказать, что группа Галуа многочлена $X^4 - 4X + 2$ над \mathbb{Q} изоморфна S_4 .
6. Найти группу Галуа многочлена $X^5 - 2$ над \mathbb{Q} .
- 7*. Найти группу Галуа многочлена $X^5 - X - 1$ над \mathbb{Q} .
8. Сколько вещественных корней у многочлена $X^5 - 5X^3 + 4X - 1$? Найти его группу Галуа над \mathbb{Q} .
9. Найти группу Галуа многочлена $X^7 - 1$ над полем \mathbb{F}_5 .