

Экзамен 2 апреля 2022 года

Вариант 2

1. Обозначим через $P_7(X)$ произведение всех неприводимых нормированных многочленов степени 7 над полем из трех элементов \mathbb{F}_3 . Найти частное от деления многочлена $X^{3^7} - X$ на многочлен $P_7(X)$ в кольце $\mathbb{F}_3[X]$.

2. Рассмотрим группу $G = \text{Aut}(\bar{\mathbb{Q}})$ автоморфизмов алгебраического замыкания поля рациональных чисел, а в ней подгруппу $\Gamma = \{\gamma \in G \mid \gamma(\sqrt{2}) = \sqrt{2}, \gamma(\sqrt{-5}) = \sqrt{-5}\}$. Докажите, что группа Γ будет нормальной подгруппой в группе G и найдите фактор-группу G/Γ .

3. Можно ли в пространстве двухмерного комплексного неприводимого представления группы S_3 выбрать такой базис, что все операторы представления запишутся в этом базисе симметрическими матрицами?