

ОДУ-2022. Домашнее задание №4

Выдано 04.11.2022

Срок сдачи до **24:00 15.11.2022**

Аккуратно записанную и оформленную в виде единого pdf-файла работу надо послать на адрес закрепленного за Вашей группой учебного ассистента. Распределение семинарских групп по учебным ассистентам см. вверху на странице курса.

Найдите интегрирующий множитель и решите уравнения в дифференциалах:

Задача 4.1. $\left(1 + \frac{3y^2}{x^2}\right) dx = \frac{2y}{x} dy$

Задача 4.2. $\ln y dx - \frac{x}{y} dy = 0$

Найдите общее решение следующих неоднородных линейных уравнений:

Задача 4.3. $y''' - 2y'' + y' - 2y = x + \cos x$

Задача 4.4. $y'' - 4y' + 4y = x \sin x$

Задача 4.5. $y''' - 3y' + 2y = (x + 1)e^x$

Задача 4.6. Рассмотрим уравнение

$$\ddot{x} + x = \sin(\omega t).$$

(а) Для каждого $\omega > 0$ опишите все его решения, обладающие периодом $2\pi/\omega$, т. е. такие, что $x(t + 2\pi/\omega) \equiv x(t)$. При каких ω их нет?

(б) Если для данного $\omega > 0$ решения периода $2\pi/\omega$ существуют, то среди них есть ровно одно, график которого является синусоидой (докажите!), обозначим его $x^*(t)$. Пусть $A = A(\omega)$ — амплитуда этого решения: $A = \max_{t \in \mathbb{R}} |x^*(t)|$. Найдите $A(\omega)$ и постройте эскиз графика этой функции.