

Семинар 5.

Задача 1. Пусть коника \mathbf{D} по Штейнеру построена по проективному соответствию $f : \check{A} \xrightarrow{\cong} \check{B}$ между пучками прямых с центрами в точках A и B на конике \mathbf{D} такому, что $f(AB) \neq AB$. Добавим к A и B еще 4 точки C, A_1, B_1, C_1 такие, что все 6 точек A, B, C, A_1, B_1, C_1 различны. Докажите теорему Паскаля, утверждающую, что точки $M = AB_1 \cap BA_1, N = AC_1 \cap CA_1$ и $P = BC_1 \cap CB_1$ коллинеарны.

(*Указание:* Воспользоваться идеей доказательства теоремы Паппа.)

Задача 2. Докажите, что если A_1 и B_1 - две различные фиксированные точки на конике \mathbf{D} , построенной по Штейнеру посредством проективного соответствия между двумя пучками прямых с центрами A и B на \mathbf{D} , отличными от A_1 и B_1 , то отображение $f : \check{A}_1 \rightarrow \check{B}_1 : A_1X \mapsto B_1X, X \in \mathbf{D}$, является проективным. (Тем самым, коника \mathbf{D} получается по Штейнеру из двух проективно соответственных пучков прямых с центрами в любых двух различных точках на \mathbf{D} . Как следствие, теорема Паскаля верна для любых 6 различных точек A, B, C, A_1, B_1, C_1 на \mathbf{D} .)