

ОДУ-2022. Домашнее задание №6

Выдано 28.11.2022

Срок сдачи до **24:00 11.12.2022**

Аккуратно записанную и оформленную в виде единого pdf-файла работу надо послать на адрес закрепленного за Вашей группой учебного ассистента. Распределение семинарских групп по учебным ассистентам см. вверху на странице курса.

Задача 6.1. Исследуйте поведение системы

$$\dot{x} = a \sin x + y + (a + 1)x^2, \quad \dot{y} = x + ay \cos x.$$

вблизи особой точки $(0, 0)$, нарисуйте эскиз фазового портрета в её окрестности.

Для заданных функций $y_1(x)$ и $y_2(x)$ найдите линейное однородное дифференциальное уравнение (с единичным коэффициентом при старшей производной), для которого $y_1(x)$ и $y_2(x)$ образуют фундаментальную систему решений. Найдите решение $y(x)$ соответствующего неоднородного уравнения для данной правой части $f(x)$ и заданных начальных данных.

Задача 6.2. $y_1(x) = x$, $y_2(x) = x^2$; $f(x) = \frac{1}{x}$, $y(1) = y'(1) = -1$.

Задача 6.3. $y_1(x) = x$, $y_2(x) = e^x$; $f(x) = 1 - x^2$, $y(0) = y'(0) = 0$.

Задача 6.4. Найдите значения частных производных $\partial x(t, \mu)/\partial \mu$ и $\partial y(t, \mu)/\partial \mu$ точного решения системы

$$\frac{dx}{dt} = xy + t^2, \quad \frac{dy}{dt} = -y^2/2, \quad x(1) = 3, \quad y(1) = \mu.$$

в точке $\mu = 2$.

Задача 6.5. Пусть $x(t, \mu)$ — решение задачи Коши

$$\frac{dx}{dt} = \frac{2t + (\mu - 1)x^2}{\mu}, \quad x(1) = \ln \mu.$$

Рассмотрим формулу Тейлора для $x(t, \mu)$ при $\mu = 1$, пусть $x_{(j)}(t)$ — её коэффициенты. Вычислите явно $x_{(0)}(t)$ и $x_{(1)}(t)$ и выпишите задачу Коши для $x_{(2)}(t)$.