

Анализ на многообразиях 2021. Вопросы к первому коллоквиуму

1. Топологические многообразия. Гладкие многообразия. Карты, атласы, локальные координаты. Кольцо гладких функций.
2. Кривые в \mathbb{R}^n . Регулярные кривые. Замена параметра. Длина дуги кривой. Натуральный параметр. Кривизна кривой.
3. 1 - форма в \mathbb{R}^n . Криволинейный интеграл. Независимость интеграла от параметризации и системы координат.
4. Дифференциал функции. Интеграл по кривой от дифференциала.
5. Замкнутые 1 формы в \mathbb{R}^n . Точность замкнутой формы в выпуклой области.
6. Работа силы как криволинейный интеграл. Потенциальные силы. Нахождение потенциала.
7. Теорема о неявной функции. Подмногообразия в \mathbb{R}^n , заданные системами уравнений.
8. Параметрически заданные подмногообразия в \mathbb{R}^n .
9. Касательное пространство к поверхности в \mathbb{R}^n .
10. Ориентация на многообразии. Существование на ориентируемом многообразии ровно двух различных ориентаций.
11. Критерий (не)ориентируемости многообразия. Примеры неориентируемых многообразий.
12. Касательные векторы и касательное пространство к многообразию в точке. Координаты касательного вектора. Формула преобразований координат касательного вектора при замене координат.
13. Гладкие отображения многообразий. Дифференциал гладкого отображения.
14. Касательный вектор как дифференцирование кольца функций в точке. Эквивалентность двух определений.
15. Векторное поле на многообразии как гладкое семейство касательных векторов и как дифференцирование кольца функций. Эквивалентность двух определений.
16. Коммутатор векторных полей. Алгебра Ли векторных полей на многообразии.
17. 1 - формы на многообразии. Обратный образ 1 - формы при гладком отображении многообразий.
18. Многообразия касательных векторов (касательное расслоение). Канонические карты. Ориентируемость.
19. Многообразия кокасательных векторов (кокасательное расслоение). Канонические карты. Ориентируемость.
20. Матричные группы. Структура гладкого многообразия на матричной группе. Описание касательных пространств.
21. Левоинвариантные и правоинвариантные векторные поля на матричной группе. Алгебра Ли матричной группы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] В.А.Зорич, Математический Анализ II, МЦНМО 2012
- [2] С.М.Натанзон, Введение в теорию гладких многообразий, МЦНМО 2020
- [3] С.П.Новиков, И.А.Тайманов, Современные геометрические структуры и поля, МЦНМО 2005
- [4] Ф.Уорнер, Основы теории гладких многообразий и групп Ли, Бибматфиз 1987