

Семинар 4.

Везде в задачах предполагается, что основное поле \mathbf{k} алгебраически замкнуто и имеет характеристику $\neq 2$, а $Q \subset \mathbb{P}^3$ - невырожденная квадрика по Штейнеру в \mathbb{P}^3 .

Задача 1. На семинаре 4 мы рассмотрели *поляритет относительно квадрики Q* как проективное отображение

$$p_Q : \mathbb{P}^3 \xrightarrow{\sim} \mathbb{P}^3, \quad x \mapsto p_x Q,$$

где $p_x Q$ - полярная точка x относительно квадрики Q , и построили отображение в себя множества прямых в \mathbb{P}^3 , сопоставляющее прямой l прямую $p_Q(l)$, называемую *полярной прямой l относительно квадрики Q* , где

$$p_Q(l) = \bigcap_{a \in l} p_a Q.$$

Пользуясь двумя сериями S_1 и S_2 образующих прямых на квадрике Q , найдите геометрическую конструкцию $p_Q(l)$ прямой l в случае, когда $l \cap Q = \{x, y\}$ - две различные точки.

Задача 2. В условиях задачи 1 с помощью двух серий S_1 и S_2 образующих прямых на квадрике Q найдите геометрическую конструкцию $p_Q(l)$ прямой l в случае, когда $l \cap Q$ - единственная точка.

Задача 3. Тот же вопрос в случае, когда l лежит на Q , т.е. либо $l \in S_1$, либо $l \in S_2$.