

Контрольная 12 мая 2023

Вариант 1

1. Рассмотрим в E^3 эллипсоид $X^2 + Y^2 + 2Z^2 = 4$ с полем единичных нормалей N , направленных внутрь. Гладкая кривая $\gamma(t)$ лежит на эллипсоиде и в момент времени t_0 проходит через точку $m = (1, 1, 1)$ со скоростью $\frac{d\gamma(t)}{dt}(t_0) = (1, 1, -1)$. Вычислить скалярное произведение $(N(m), \frac{d^2\gamma(t)}{dt^2}(t_0))$.
2. На верхней полуплоскости Пуанкаре рассмотрим фигуру $-1 < X < 1, 0 < Y < 4$. Конечна или бесконечна гиперболическая площадь этой фигуры? (подробно объясните Ваш ответ)
3. Рассмотрим в E^3 поверхность $X = \cosh t \cos \phi, Y = \cosh t \sin \phi, Z = \sinh t$. Найти косинус угла между кривыми $t = 1$ и $\phi = \pi/4$ на поверхности в точке их пересечения.

Контрольная 12 мая 2023

Вариант 2

1. Рассмотрим в E^3 эллипсоид $2X^2 + Y^2 + Z^2 = 4$ с полем единичных нормалей N , направленных внутрь. Гладкая кривая $\gamma(t)$ лежит на эллипсоиде и в момент времени t_0 проходит через точку $m = (1, 1, 1)$ со скоростью $\frac{d\gamma(t)}{dt}(t_0) = (0, -1, 1)$. Вычислить скалярное произведение $(N(m), \frac{d^2\gamma(t)}{dt^2}(t_0))$.
2. На верхней полуплоскости Пуанкаре рассмотрим фигуру $(X - 2)^2 + Y^2 < 1, Y > 0$. Конечна или бесконечна гиперболическая площадь этой фигуры? (подробно объясните Ваш ответ)
3. Рассмотрим в E^3 поверхность $X = \cosh t \cos \phi, Y = \cosh t \sin \phi, Z = \sinh t$. Найти косинус угла между кривыми $t = 10$ и $\phi = \pi/8$ на поверхности в точке их пересечения.

Контрольная 12 мая 2023

Вариант 3

1. Рассмотрим в E^3 эллипсоид $X^2 + Y^2 + 2Z^2 = 4$ с полем единичных нормалей N , направленных внутрь. Гладкая кривая $\gamma(t)$ лежит на эллипсоиде и в момент времени t_0 проходит через точку $m = (1, -1, 1)$ со скоростью $\frac{d\gamma(t)}{dt}(t_0) = (1, -1, 0)$. Вычислить скалярное произведение $(N(m), \frac{d^2\gamma(t)}{dt^2}(t_0))$.
2. На верхней полуплоскости Пуанкаре рассмотрим фигуру $-1 < X < 1, Y > 5$. Конечна или бесконечна гиперболическая площадь этой фигуры? (подробно объясните Ваш ответ)
3. Рассмотрим в E^3 поверхность $X = \cosh t \cos \phi, Y = \cosh t \sin \phi, Z = \sinh t$. Найти косинус угла между кривыми $t = 100$ и $\phi = \pi/3$ на поверхности в точке их пересечения.