Медведев Владимир Олегович

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ-I

ПРОГРАММА КУРСА:

I. **Элементы теории вещественных чисел.** Вещественные числа. Следствия из аксиом поля и упорядоченности, аксиома Архимеда. Натуральные и рациональные числа. Существование и единственность $\mathbb{R}$. Комплексные и $p-$адические числа*.

II. **Элементы общей топологии.** Ограниченные множества, точная верхняя грань. Теорема о вложенных промежутках. Открытые и замкнутые множества. Предельные и граничные точки. Нигде не плотные и всюду плотные множества. Теорема Бэра. Канторово множество. Всякое ограниченное бесконечное множество имеет по крайней мере одну предельную точку. Покрытия. Лемма Гейне-Бореля. Компактность и секвенциальная компактность.

III. **Теория числовых последовательностей.** Предел последовательности. Сходимости к бесконечности. Лемма о двух милиционерах. Подпоследовательности. Фундаментальные последовательности, критерий Коши. Монотонные последовательности, теорема Вейерштрасса. Частичные пределы. Верхний предел, нижний предел.

IV. **Элементы теории числовых рядов.** Числовые ряды. Критерий Коши сходимости ряда. Необходимое условие сходимости ряда. Геометрическая прогрессия, гармонический ряд. Признаки сходимости рядов с положительными членами. Число e. Представление e в виде суммы ряда из обратных факториалов. Иррациональность числа e.

V. **Теория непрерывных функций одной переменной.** Предел функции. Предел функции по Гейне. Бесконечно малые и бесконечно большие. Замечательные пределы. Предел сложной функции. Замена переменных в пределах. Односторонние пределы. Непрерывные функции. Разрывы, классификация точек разрыва. Локальные свойства непрерывных функций. Теорема о непрерывности сложной функции. Глобальные свойства непрерывных функций. Ограниченность. Теорема о промежуточном значении. Образ компакта - компакт. Равномерная непрерывность. Монотонные функции. Точки разрыва. Обратная функция. Элементарные функции, их определения и свойства. Выпуклые функции и их свойства.

VI. **Элементы дифференциального исчисления.** Производные. Дифференциал. Геометрический смысл производной. Теорема о дифференцировании сложной функции. Частные производные функции $f(x, y)$. Дифференцируемость функции $f(x(t), y(t))$ по t. Теорема о производной обратной функции. Производная функции, заданной параметрически, и функции, заданной неявно. Таблица производных. Основные теоремы дифференциального исчисления. Теорема Ферма. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа и следствия. Производные высших порядков. Формула Лейбница. Формула Тейлора. Формулы для остаточного члена. Ряд Тейлора. Формулы и ряд Тейлора для экспоненты, тригонометрических функций, $(1+x)^{\alpha}$. Правило Лопиталя. Раскрытие неопределённостей. Теорема Дарбу.

VI. **Теория экстремумов функции одной одной переменной.** Необходимое условие локального экстремума. Достаточное условие. Исследование графиков функций. Построение графиков параметрически заданных кривых. Построение графиков неявно заданных кривых на плоскости. Выпуклость кривой, заданной параметрически и неявно.

VII. **Элементы теории функции многих переменных.** Функции многих переменных, непрерывность. Предел функции многих переменных. Линейные отображения: ограниченность и непрерывность. Дифференцируемость функций многих переменных. Дифференциал, касательное пространство. Частные производные. Матрица Якоби. Градиент. Якобиан. Дифференцирование композиции отображений. Неявная функция: простейший случай. Условия дифференцируемости неявной функции. Вторая производная неявной функции.

Темы помеченные звёздочкой могут быть частично или полностью опущены в связи с нехваткой времени.

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА:

[1] В.А. Зорич. Математический анализ, том 1. МЦНМО, 2002.

[2] Г.М. Фихтенгольц. Курс дифференциального и интегрального исчисления, том 1. Издание 6, Наука, 1966.

[3] А.М. Красносельский. Конспект лектора. Математический анализ. 1 курс, 1 модуль, 2020.

[4] В.И. Богачёв. Математический анализ: конспект лекций. Мат. фак. ВШЭ, 1 курс, осень 2021.

[5] С.М. Львовский. Лекции по математическому анализу. МЦНМО, 2008.

[6] У. Рудин. Основы математического анализа. Мир, 1976.