

# Курс «Дифференциальные уравнения»

(2 курс, осень 2023/24 уч. г., лектор Ю. С. Ильяшенко)

## Программа курса

Планируется полторы лекции и один семинар в неделю в первом модуле, полтора семинара и одна лекция в неделю во втором.

Учебник, он же задачник: А. Буфетов, Н. Гончарук, Ю. Ильяшенко, Обыкновенные дифференциальные уравнения, электронная версия (выложен на странице курса).

Все ссылки ниже даются на эту книгу.

## Первый модуль

- Лекция 1. Дифференциальные уравнения на прямой, 2.1, 2.2, 3.2.
- Лекция 2. Разделение переменных и однородные уравнения. 3.3, 4.1.1.
- Лекция 3. Линейные уравнения и уравнения с периодическими коэффициентами. Монодромия. 3.4.
- Лекция 4. Пфаффовы уравнения и уравнения в полных дифференциалах. 4.2, 4.3.
- Лекция 5. Основные понятия. Основные теоремы с доказательствами самых простых. Неравенство Гронуолла. Теорема единственности.
- Лекция 6. Продолжение предыдущего. 2.3, 2.4.
- Лекция 7. Системы линейных уравнений: общий случай 5.1.
- Лекция 8. Линейные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами. Метод комплексных амплитуд. Резонансы.
- Лекция 9. Продолжение предыдущего. 5.2
- Лекция 10. Линейные автономные системы. Экспонента линейного оператора. Комплексные линейные системы. Комплексификация и о вещественности. Экспонента жордановой клетки. Вычисление экспоненты линейного оператора. Формула Эйлера как предельный случай формулы Муавра. Особые точки линейных систем на плоскости: седло, узел, фокус, центр.
- Лекция 11. Продолжение предыдущего.
- Лекция 12. Продолжение предыдущего. 5.3.

## Второй модуль

- Лекция 13. Доказательства основных теорем. Метрические пространства. Принцип сжимающих отображений. Теорема существования, единственности и непрерывной зависимости решений от начальных условий. 7.1.
- Лекция 14. Фазовые потоки. Генераторы. Теорема о гладкости. 7.2.

- Лекция 15. Ломаные Эйлера. Уравнения в вариациях. Искажение фазового объема. Теорема о выпрямлении.
- Лекция 16. Продолжение предыдущего. 7.3.
- Лекция 17. Устойчивость по Ляпунову и асимптотическая. 8.1.
- Лекция 18. Предельные циклы. 8.2.
- Лекция 19. Законы Кеплера.

## Формула оценки

По результатам работы в течение семестра вычисляется накопленная оценка, являющаяся взвешенной суммой оценок, каждая из которых выставляется по 10-балльной шкале (при этом для большинства компонентов действует система бонусов: за решение особенно сложных задач можно получить дополнительные баллы, так что оценка станет более 10 баллов).

Накоп. оценка =

$$= 0,15 \cdot \text{ДЗ} + 0,3 \cdot \text{Семинары} + 0,2 \cdot \text{Листки} + 0,2 \cdot \text{Теор. к/р} + 0,2 \cdot \text{К/р 1 мод.}$$

Отдельные слагаемые и вся накопленная оценка не округляются.

**Домашние задания.** Сдаются примерно один раз в две-три недели.

**Участие в семинарах.** В конце каждого занятия проводится небольшая проверочная работа («пятиминутка») по материалу этого занятия. Оценка складывается из результатов этих пятиминуток (80%) и общей активности студента на семинарах (20%).

**Листки.** Студенты, желающие глубже освоить курс, могут решить два листка с задачами повышенной сложности. Первый листок планируется выдать в октябре, второй — в ноябре. На сдачу каждого листка дается ровно одна попытка. Дата и время сдачи анонсируются заранее. Для получения ненулевой оценки необходимо успешно сдать не менее 50% материала листка. Если в беседе с преподавателем обнаруживается непонимание студентом деталей его собственного решения, задача не оценивается, а сдача листка может быть прекращена.

**Теоретические контрольные.** Проводятся отдельно по материалу 1 и 2 модулей. Студентам выдаются вопросы по теории (определения, формулировки, доказательства или их фрагменты), на которые они должны дать письменный ответ.

**Контрольная работа в сессию 1 модуля.** Состоит из задач по темам, разобранным на семинарах к этому времени.

**Письменный экзамен в сессию 2 модуля.** Состоит из задач по темам, разобранным на семинарах в течение семестра, а также по материалу лекций.

Для студентов, пропустивших теоретическую контрольную или контрольную 1 модуля по уважительной причине, будет организована возможность написать их позже.

## Досрочная оценка

Студенты, хорошо работавшие в течение семестра, могут получить освобождение от экзамена. Необходимые условия для этого таковы:

- оценка за теоретические контрольные составляет не менее 7 баллов,
- накопленная оценка (не округлённая!) составляет не менее 7 баллов.

В этом случае студенту по его желанию выставляется в качестве итоговой накопленная оценка, округлённая до ближайшего целого, не превосходящего 10:

$$[7, 7,5) \rightarrow 7, \quad [n - 0,5, n + 0,5) \rightarrow n \text{ при } n = 8, 9, \quad [9,5, +\infty) \rightarrow 10.$$

## Итоговая оценка

Итоговая оценка выставляется по формуле

$$\text{Итог} = 0,6 \cdot \text{Накоп. оценка} + 0,4 \cdot \text{Экзамен 2 мод.}$$

со следующим правилом округления: оценка ниже 4 округляется вниз ( $3,95 \rightarrow 3$ ), оценка 4 и выше округляется до ближайшего целого, не превосходящего 10:

$$[4, 4,5) \rightarrow 4, \quad [n - 0,5, n + 0,5) \rightarrow n \text{ при } n = 5, \dots, 9, \quad [9,5, +\infty) \rightarrow 10.$$