

Задачи для подготовки к контрольной № 1

ПК1♦1. Найдите площадь треугольника, образованного на аффинной плоскости \mathbb{Q}^2 прямыми

а) $28x_1 - 4x_2 = 16, \quad -13x_1 + 2x_2 = -8, \quad -41x_1 + 6x_2 = -20.$

б) $14x_1 - 7x_2 = -49, \quad 17x_1 - 8x_2 = -57, \quad 3x_1 - x_2 = -1.$

ОТВЕТ: (а) в (а) координаты вершин (0, -4), (4, 24), (-2, -17), площадь равна 7/2. (б) в (б) координаты вершин (7, 22), (9, 16), (5, -1), площадь равна 7/2.

ПК1♦2. Нарисуйте на вещественной аффинной плоскости фигуру, задаваемую в барицентрических координатах (α, β, γ) относительно вершин данного Δabc неравенствами

а) $2\beta - \gamma \geq -2, \quad -\alpha + 2\gamma \geq -2, \quad 2\alpha - \beta \geq -2$

б) $\frac{4\beta}{3} - \frac{\gamma}{2} \geq -\frac{2}{3}, \quad \frac{\alpha}{2} + \frac{3\gamma}{2} \leq \frac{3}{4}, \quad \frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{3} \geq -\frac{1}{6}.$

ПК1♦3. Найдите образ точки $(3, -2)$ при аффинном преобразовании плоскости \mathbb{R}^2 , переводящем точки $(1, 2), (-2, -4), (2, 5)$ соответственно в точки $(1, -5), (-8, 7), (5, -10)$.

ОТВЕТ: (-1, -5).

ПК1♦4. Найдите образ точки $(27, 15)$ при аффинном преобразовании плоскости \mathbb{R}^2 , переводящем точки $(-3, 3), (-7, 2), (-9, -3)$ соответственно в точки $(-1, 2), (-6, 5), (-13, 2)$.

ОТВЕТ: (41, -16).

ПК1♦5. Вершины Δabc на евклидовой плоскости \mathbb{R}^2 имеют координаты $a = (2, 1), b = (0, 7), c = (5, -7)$. Напишите уравнение биссектрисы внутреннего угла a .

ОТВЕТ: $(-16\sqrt{10} + 6\sqrt{73} + 10\sqrt{10} + 2\sqrt{73})x + (-6\sqrt{10} + 2\sqrt{73} - 38\sqrt{10} + 14\sqrt{73})y = 0$.

ПК1♦6. Вершины Δabc на евклидовой плоскости \mathbb{R}^2 имеют координаты $a = (2, 0), b = (7, 3), c = (3, -3)$. Найдите расстояние от вершины a до среднего перпендикуляра к стороне $[b, c]$.

ОТВЕТ: $\frac{13}{6\sqrt{13}}$.

ПК1♦7. Найдите косинус угла между диагоналями KM и LN у выпуклого четырёхугольника $KLMN$ на евклидовой плоскости, если $|K, L| = 2\sqrt{5}, |L, M| = \sqrt{2}, |M, N| = 2$ и $\cos \angle KLM = -\frac{3\sqrt{10}}{10}, \cos \angle LMN = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

ОТВЕТ: $\frac{17}{17} = (\overline{MN}, \overline{KL}) \cdot \overline{LM} + 2 \cdot \overline{KL} \cdot 1 = 1, \cos \angle KLM = -\frac{3\sqrt{10}}{10}, \cos \angle LMN = \frac{\sqrt{2}}{2}, \cos \angle KMN = \frac{17}{17}$.

ПК1♦8. Найдите косинус угла между диагоналями KM и LN у выпуклого четырёхугольника $KLMN$ на евклидовой плоскости, если $|K, L| = 1, |L, M| = \sqrt{2}, |M, N| = \sqrt{10}$ и $\cos \angle KLM = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \cos \angle LMN = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

ОТВЕТ: $\frac{5}{4} = (\overline{MN}, \overline{KL}) \cdot \overline{LM} + 3 \cdot \overline{KL} \cdot 2 = 2, \cos \angle KLM = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \cos \angle LMN = -\frac{2\sqrt{5}}{5}, \cos \angle KMN = \frac{5}{4}$.