

# ЛИСТОК 1 ПО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЯМ, ОСЕНЬ 2023

Срок сдачи 24 октября

1. При каких значениях  $C$  через каждую точку плоскости  $(t, x)$  проходит ровно одна интегральная кривая уравнения  $\dot{x} = \sqrt[3]{x - C \sin x}$ ?
2. Верно ли, что все замкнутые интегральные кривые  $C^1$ -гладкого однородного уравнения на плоскости обходят начало координат?
3. При каких  $\alpha, \beta, \gamma$  функции  $\sin \alpha t, \sin \beta t, \sin \gamma t$  линейно зависимы?
4. а. Верно ли, что если определитель Вронского двух дважды гладких функций на прямой тождественно равен нулю, то эти функции линейно зависимы?  
б. Тот же вопрос для аналитических функций.
5. Рассмотрим линейное уравнение на прямой с коэффициентами периода  $T$ . Может ли такое уравнение иметь периодическое решение, для которого  $T$  не является периодом?
6. а. Приведите пример замкнутой, но не точной 1-формы на проколотой плоскости.  
б. Верно ли, что для любых двух замкнутых форм на проколотой плоскости существует их линейная комбинация, которая точна?
7. Приведите пример двух некоммутирующих линейных операторов, для которых экспонента суммы равна произведению экспонент.