

ОДУ-2023. Домашнее задание №2

Выдано 01.10.2023

Срок сдачи до **24:00 08.10.2023**

Аккуратно записанную и оформленную в виде единого pdf-файла работу надо послать на адрес закрепленного за Вами учебного ассистента. Распределение студентов по учебным ассистентам см. вверху на странице курса.

Найти общее решение дифференциальных уравнений:

Задача 2.1. $\frac{dy}{dx} \sqrt{1-x^4} + x(1+e^y) = 0.$

Задача 2.2. $\frac{dy}{dx} - xy^2 = 2xy.$

Задача 2.3. $(1+x^2)\frac{dy}{dx} + xy = 1.$

Задача 2.4. $\frac{ds}{dt} + s \cos t = \frac{1}{2} \sin 2t.$

Задача 2.5. Пусть $x(t)$ — температура воздуха в неотапливаемом доме, t — время в сутках. Суточные колебания температуры воздуха на улице описываются формулой $T(t) = T_0 - A \cos(2\pi t)$, где $T_0, A > 0$ — известные константы. Скорость изменения температуры в доме пропорциональна разности температур:

$$\frac{dx}{dt} = c(T(t) - x(t)),$$

где $c > 0$ — параметр, зависящий от качества теплоизоляции в доме.

(а) Найдите общее решение этого дифференциального уравнения.

(б) Каково поведение температуры в доме спустя большое время? Если на улице холоднее всего в полночь, то в какое время холоднее всего в доме? Как это зависит от коэффициента c ?

Задача 2.6. (а) Решите уравнение $\dot{x} = (x/t) + 1$ и нарисуйте его интегральные кривые.

(б) Как себя ведут различные решения при $t \rightarrow +\infty$, $t \rightarrow -\infty$: будут ли они неограниченно сближаться? удаляться?