

**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ-I**  
**Подготовительный вариант к КР1**

1. Докажите плотность множества  $A = \{\sqrt{m} - \sqrt{n} \mid m, n \in \mathbb{N}\}$  в  $\mathbb{R}$ .
2. Пусть  $F$  — упорядоченное поле, причём каждое открытое собственное (т.е. отличное от  $F$  и  $\emptyset$ ) подмножество является объединением не более чем счётного набора непересекающихся интервалов и лучей. Докажите, что  $F = \mathbb{R}$ .
3. Найдите верхний и нижний пределы последовательности с  $n$ -м членом  $(1+1/n)^{-2n} \cos(\pi n) + (-1)^n 2^{-n} \sin n$ .
4. Выясните сходятся ли ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty} 3^{n+1} \left( \frac{n+2}{n+3} \right)^{n^2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} nx \prod_{k=1}^n \frac{\sin^2 k\alpha}{1+x^2+\cos^2 k\alpha}, \quad x \geq 0, \alpha \in \mathbb{R}?$$