

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ-I

СПИСОК ВОПРОСОВ К КОЛЛОКВИУМУ:

1. Вещественные числа, натуральные числа (по материалам лекций). Принцип Архимеда.
2. Ограниченные множества, точная верхняя и нижняя грани. Теорема о точной верхней грани ограниченного сверху множества и её эквивалентность аксиоме полноты.
3. Основные следствия из аксиом вещественных чисел (аксиома Архимеда и следствия из аксиом порядка).
4. Теорема о вложенных отрезках.
5. Предельные и граничные точки. Замкнутость множества предельных точек.
6. Открытые и замкнутые множества. Всякое открытое множество в \mathbb{R} — не более чем счётное объединение непересекающихся интервалов и лучей. Дополнение к замкнутому множеству открыто и наоборот.
7. Всякое ограниченное бесконечное множество имеет по крайней мере одну предельную точку.
8. Покрытия. Лемма Гейне–Бореля (компактность отрезка). Компактность канторова множества.
9. Нигде не плотные и всюду плотные множества (определение и примеры). Теорема Бэра.
10. Предел последовательности, сходимость к \pm бесконечности. Свойства пределов последовательности. Теорема о двух милиционерах.
11. Подпоследовательности, выбор сходящейся подпоследовательности. Частичные пределы. Верхний и нижний пределы.
12. Фундаментальные последовательности, критерий Коши.
13. Монотонные последовательности, теорема Вейерштрасса.
14. Числовые ряды. Необходимое условие сходимости ряда.
15. Критерий Коши сходимости ряда.
16. Телескопический ряд, геометрический ряд, гармонический ряд, ряд Дирихле (p -ряд). Их сходимость/расходимость.
17. Признак сравнения и предельный признак сравнения сходимости рядов с положительными членами.
18. Конденсационный (телескопический) признак Коши.
19. Признак Даламбера и радикальный признак Коши.
20. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимости. Признак Лейбница.
21. Число ϵ как предел последовательностей (из семинаров). Представление ϵ в виде суммы ряда из обратных факториалов.