

## ОДУ-2023. Домашнее задание №4

Выдано 02.11.2023

Срок сдачи до **24:00 12.11.2023**

*Аккуратно записанную и оформленную в виде единого pdf-файла работу надо послать на адрес закрепленного за Вами учебного ассистента. Распределение студентов по учебным ассистентам см. вверху на странице курса.*

---

Найдите интегрирующий множитель и решите уравнения в дифференциалах:

**Задача 4.1.**  $\left(1 + \frac{3y^2}{x^2}\right) dx = \frac{2y}{x} dy$

**Задача 4.2.**  $\ln y dx - \frac{x}{y} dy = 0$

Найдите общее решение следующих неоднородных линейных уравнений:

**Задача 4.3.**  $y''' - 2y'' + y' - 2y = x + \cos x$

**Задача 4.4.**  $y'' - 4y' + 4y = x \sin x$

**Задача 4.5.**  $y''' - 3y' + 2y = (x + 1)e^x$

**Задача 4.6.** Рассмотрим уравнение

$$\ddot{x} + x = \sin(\omega t).$$

(а) Для каждого  $\omega > 0$  опишите все его решения, обладающие периодом  $2\pi/\omega$ , т. е. такие, что  $x(t + 2\pi/\omega) \equiv x(t)$ . При каких  $\omega$  их нет?

(б) Если для данного  $\omega > 0$  решения периода  $2\pi/\omega$  существуют, то среди них есть ровно одно, график которого является синусоидой (докажите!), обозначим его  $x^*(t)$ . Пусть  $A = A(\omega)$  — амплитуда этого решения:  $A = \max_{t \in \mathbb{R}} |x^*(t)|$ . Найдите  $A(\omega)$  и постройте эскиз графика этой функции.