

ПРИКЛАДНЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА – 2023
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 1

1. Вычислите интеграл P.V. $\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{e^{i\varphi} - e^{i\varphi_0}}, 0 \leq \varphi_0 < 2\pi$.

2. Вычислите интеграл P.V. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x \, dx}{(x^2 + 4)(x - 1)}$.

3. Вычислите интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\delta(x^2 - 4)}{x^2 + 1} \, dx$.

4. Пусть \sqrt{z} – однозначная ветвь функции \sqrt{z} на комплексной плоскости с разрезом вдоль луча $[0, -\infty)$ такая, что $\sqrt{x} > 0$ при $x > 0$. Найдите производную $\partial_z \sqrt{z}$ в смысле обобщенных функций.

5. Решите задачу Дирихле $\Delta u(x, y) = 0$ в верхней полуплоскости с условием на границе

$$u(x, 0) = \begin{cases} 1, & |x| \leq 1, \\ 0, & |x| > 1. \end{cases}$$

6. Найдите функцию Грина задачи Дирихле в полуполосе $x \geq 0, 0 \leq y \leq \pi$.

Каждая задача оценивается максимум в 2 балла. Для получения оценки 10 достаточно решить любые 5 задач.