

18 Лекция 18. Устойчивость

Учебник, разделы 8.1.4, 5, 6.

В лекции разбор случая комплексного собственного базиса в доказательстве линейной леммы заканчивался так:

Ограничим квадратичную форму $\langle Vz, Vz \rangle$ на исходное вещественное пространство. Это - положительно определенная квадратичная форма; она задает искомое евклидово скалярное произведение.

В учебнике разбор случая комплексного собственного базиса заканчивался так: *Поэтому ограничение этого эрмитова произведения на \mathbb{R}^n удовлетворяет условию леммы.*

Здесь подразумевается следующее простое рассуждение. Рассмотрим комплексификацию вещественного линейного оператора, имеющую комплексный собственный базис. Выберем этот базис так, чтобы сопряженным собственным значениям соответствовали сопряженные собственные векторы. Рассмотрим эрмитово скалярное произведение, в котором этот базис ортонормирован. Тогда ограничение этого скалярного произведения на исходное вещественное пространство вещественно и задает на нем искомое евклидово скалярное произведение.