

АЛГЕБРА, 2 КУРС, СОВБАК
ПРОГРАММА ЭКЗАМЕНА
ЗА ОСЕННИЙ СЕМЕСТР 2023/24

Ниже приведен список тем, которые надо знать к экзамену; формулировки вопросов в билетах не будут выходить за его рамки, но не обязательно будут дословно совпадать с записанными в пп. 1–20 ниже.

Кроме теоретических вопросов, в каждом билете будет задача. Эти задачи будут похожи на те, что разбирались на семинарах.

1. Алгоритм Евклида в \mathbb{Z} .
2. Основная теорема арифметики в \mathbb{Z} .
3. Китайская теорема об остатках.
4. Коммутативные кольца, идеалы, факторкольца, гомоморфизмы колец.
5. Факториальные кольца. Всякое кольцо главных идеалов факториально.
6. Евклидовы кольца. Всякое евклидово кольцо — кольцо главных идеалов. Примеры евклидовых колец.
7. Функция Эйлера, формула для нее.
8. Поля. Характеристика поля. Поле частных целостного кольца.
9. Кольца многочленов над факториальными кольцами: лемма Гаусса.
10. Факториальность кольца многочленов от нескольких переменных над полем и над \mathbb{Z} .
11. Основания теорема о симметрических многочленах.
12. Существование расширения поля, в котором данный многочлен имеет корень.
13. Конечные и алгебраические расширения полей. Алгебраичность конечных расширений. Минимальный многочлен элемента в алгебраическом расширении.
14. Существование алгебраического замыкания поля (определение и формулировка без доказательства).
15. Единственность алгебраического замыкания.
16. Конечные поля (существование, единственность).

17. Мультипликативная группа конечного поля.
18. Формула для символа Лежандра $\left(\frac{-1}{p}\right)$, где $p > 2$ — простое.
19. Группы: определение; подгруппы; порядок подгруппы делит порядок группы.
20. Гомоморфизмы групп. Нормальные подгруппы. Факторгруппы.