

ПРОГРАММА ЭКЗАМЕНА

Экзамен будет состоять из всего материала, который был на лекциях, и который был дан в виде листочков.

Экзамен письменный, на 2 пары. Я могу попросить вас сформулировать и доказать что-нибудь из лекционного материала, и решить задачи. Обратите особое внимание на ключевые теоремы типа теоремы о перемешивании или закона больших чисел. Пользоваться ничем нельзя.

- Цепи Маркова с не более чем счетным числом состояний: два эквивалентных определения. Построение цепи Маркова на конечном интервале времени при заданных переходных вероятностях и начальном распределении.
- Матрица переходных вероятностей. Формула распределения цепи на n -ом шаге.
- Цепь Маркова за n шагов и ее переходные вероятности. Уравнение Колмогорова-Чепмена.
- Примеры цепей Маркова: случайные блуждания, модель Гальтона-Ватсона, Google's PageRank.
- Вероятность вымирания в модели Гальтона-Ватсона.
- Стационарные распределения цепей Маркова. Их существование для случая конечного числа состояний.
- s -положительные матрицы переходных вероятностей. Теорема о перемешивании для цепей Маркова с конечным числом состояний.
- Закон больших чисел: классический и для цепей Маркова.
- Теорема Перрона-Фробениуса.
- Алгоритм Метрополиса-Гастингса. Расшифровка текстов.
- Топологическая структура цепей Маркова с конечным числом состояний. Классы сообщаемости, неприводимость, период и все прочее.
- Критерий перемешивания для цепи Маркова с конечным числом состояний.