

Классическая теория поля 2024

Листок 1. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ КИНЕМАТИКА И МЕХАНИКА

Срок сдачи: 21 февраля 2024

1. Тележка катится по столу с постоянной скоростью v . По тележке в том же направлении катится вторая тележка со скоростью v относительно первой. По второй тележке катится третья с той же скоростью v относительно второй и так далее. Определите скорость n -й тележки относительно стола.

2. Зеркало движется перпендикулярно своей плоскости с постоянной скоростью v относительно источника света. В системе покоя источника света падающий луч направлен под углом θ к нормали зеркала.

- Какой угол с плоскостью зеркала в этой системе образует отраженный луч света?
- Как изменяется в той же системе отсчета энергия луча при отражении?

Подсказка: для ответа на этот вопрос удобно использовать связь энергии и 3-импульса свободной релятивистской частицы, известную под названием *дисперсионное соотношение*.

- Как изменится ответ на вопрос пункта а), если зеркало движется не перпендикулярно, а параллельно своей плоскости?

3. β -распад. Покоящийся нейтрон претерпевает так называемый β -распад, одним из продуктов которого является электрон. В системе покоя нейтрона направления вылета электрона равновероятны, а модуль его 3-импульса равен $P = |\vec{p}|$. В эксперименте наблюдают β -распад нейтронов, которые движется относительно лаборатории со скоростью V вдоль оси Ox лабораторной системы отсчета.

- Каково геометрическое место концов вектора импульса \vec{p} электронов распада в лабораторной системе отсчета?
- При каком соотношении P и V наблюдатель в лабораторной системе не будет регистрировать вылета электронов под некоторыми углами относительно направления полета нейтронов?

4. **Явление комптоновского рассеяния.** Фотон частоты ν налетает на покоящийся электрон массы m и после столкновения движется под углом θ к направлению своего исходного импульса. Покажите, что частота ν' рассеянного фотона выражается формулой:

$$\frac{1}{\nu'} - \frac{1}{\nu} = \frac{h}{mc^2}(1 - \cos \theta),$$

где c – скорость света, а h – постоянная Планка, которая связывает энергию фотона E с его частотой квантовомеханической формулой $E = h\nu$.

5. Сопутствующей называется инерциальная система отсчета, в которой в данный момент времени частица покоится в начале координат. При неравномерном (несвободном) движении частицы сопутствующие системы все время меняются. В релятивистской механике равноускоренным называется движение частицы, которая в каждый момент времени испытывает постоянное 3-ускорение в сопутствующей системе отсчета.

В начальный момент времени ракета, покоящаяся в лабораторной системе отсчета (связанной с Землей), начинает движение с постоянным (для пассажиров ракеты) 3-ускорением $g = 10 \text{ м/с}^2$. Цель экспедиции, отправляющейся на ракете, — посетить другой край нашей Галактики (наша Галактика называется Млечный Путь, ее поперечные размеры примерно 100 000 световых лет или $d = 10^{21}$ метров). Режим полета ракеты: половину пути до края галактики — движение с постоянным 3-ускорением g , затем вторую половину пути — торможение с тем же ускорением. Достигнув цели полета ракета сразу отправляется в обратный путь к Земле в таком же режиме. Ответьте на следующие вопросы:

- а) Сколько времени по часам путешественников займет полет до цели и какова будет длительность всей экспедиции? Хватит ли на это жизни одного поколения космонавтов (порядка 60 лет)?
- б) Сколько времени пройдет на Земле от старта до возвращения экспедиции?
- в) Оцените разность $\Delta v = c - v_{max}$ между максимальной скоростью ракеты v_{max} , достигнутой в полете, и скоростью света $c = 299\,792\,458 \text{ м/с}$.
- г) Какова будет длина корпуса ракеты с точки зрения земного наблюдателя в момент достижения ракетой максимальной скорости? Длина ракеты на Земле перед стартом составляла 1000 метров.

6. Линейный базис в алгебре Ли группы Лоренца задается шестью матрицами инфинитезимальных поворотов $\Omega^{\alpha\beta}$, $0 \leq \alpha < \beta \leq 3$, затрагивающих две из четырех координат пространства Минковского: x^α и x^β . Алгебра Ли группы Пуанкаре вдобавок к $\Omega^{\alpha\beta}$ имеет еще четыре базисных элемента P^α , $0 \leq \alpha \leq 3$, отвечающих трансляциям вдоль координатных осей x^α .

- а) Найдите явный вид матриц $\Omega^{\alpha\beta}$ и выразите коммутаторы $[\Omega^{\alpha\beta}, \Omega^{\rho\sigma}]$ в виде линейных комбинаций матриц Ω .
- б) Найдите коммутаторы элементов $\Omega^{\alpha\beta}$ и P^ρ .