

Лекция №3_29_01_24.

- 1) Универсальность ковра Серпиньского в классе канторовых линий.
- 2) Жорданова кривая, замкнутая жорданова кривая, простая жорданова кривая, жорданов цикл, гладкая кривая, регулярная кривая. Теорема Жордана, краткий обзор.
- 3) Индекс точки относительно замкнутой жордановой ломаной, разбиение дополнения на «внутренние» и «внешние» точки.

Семинар 29_01_24.

Разбор ДЗ №2. Задача №8 – пока не решена.

ДЗ №3_29_01_24.

№1. Доказать непрерывность функций:

а) $f: X \times X \rightarrow [0; +\infty)$, $f(x, y) \stackrel{\text{def}}{=} \text{dist}(x, y)$ ($\rho(x, y)$, $|xy|$, xy, \dots);

б) $f_A: X \rightarrow [0; +\infty)$, $f(x) \stackrel{\text{def}}{=} \text{dist}(x, A) = \inf\{\text{dist}(x, a) : a \in A\}$;

№2. Привести пример непересекающихся подмножеств A и B метрич. пространства для которых:

а) $\inf\{\text{dist}(a; b) : a \in A, b \in B\} = 0$; б) то же для замкнутых подмножеств;

в) то же для замкнутых ограниченных подмножеств;

№3. (продолжение 2). Доказать, что $\inf\{\text{dist}(a; b) : a \in A, b \in B\} > 0$:

а) для компактных множеств; б) для замкнутого A и компактного B в \mathbb{R}^n в)? а не в \mathbb{R}^n

№4. Не используя теоремы Жордана, доказать, что треугольник, квадрат, выпуклый многоугольник разбивают плоскость на две компоненты.

№5. Верно ли, что пересечение последовательности вложенных линейно связных компактов линейно связно?

№6. Верно ли, что ковер Серпинского линейно связан.

№7. Верно ли, что образ канторовой линии при гомеоморфизме является канторовой линией?

№8. Доказать, что для открытого связного подмножества $G \subset \mathbb{R}^n$ ТФАЕ:

(1) любые две точки в G можно соединить жордановой линией; (2) любые две точки в G можно соединить ломаной. Иногда говорят так: открытое $G \subset \mathbb{R}^n$ связно \Leftrightarrow кусочно-линейно связно.

Опред. Локальная связность = в любой окрестности любой точки есть связная подокрестность.

Например, два непересекающихся отрезка - множество не связное, но локально связное.

№9. Привести пример не локально связного множества которое а) связно; б) линейно связно.

№10. Если G – открытое, связное и локально связное подмножество метрического компакта, то любые его две точки можно соединить простой жордановой линией.