

**Лекция** – алгебраические кривые 2-го и 3-го порядка. Классификация кривых 2-го порядка по инвариантам, приведение к каноническому виду. Классификация Ньютона кривых третьего порядка (обзор).

### Семинар «Циссоида».

Дан круг и касательная («вертикальная») - производящие круг и прямая. Точка  $O$  диаметрально противоположная точке  $K$  касания – вершина циссоиды. Берут точку  $A$  на границе круга, из  $O$  проводят секущую  $OA$  через  $A$  до точки  $B$  пересечения с производящей прямой. От  $B$  к  $O$  откладывают на секущей отрезок  $BM = OA$ . При изменении  $A$  точка  $M$  тоже изменяется. Циссоида (Диоклеса) – ГМТ( $M$ ).

1. Нарисовать картинку.
2. Объяснить симметричность и наличие асимптоты.
3. Вывести уравнение в полярных координатах,  $O$  – центр координат,  $R$  – радиус производящей окружности.
4. Кривая 3-го порядка (в декартовых координатах,  $O$  – центр координат,  $Ox = OK$ )
5. Параметрическое задание. ?Рациональная кривая.
6. (Ферма, Гюйгенс) Площадь между циссоидой и асимптотой в три раза больше площади производящего круга.
7. Используя циссоиду для  $R = 0,5$  построить  $\sqrt[3]{2}$ . Делосская задача.
8. Найти центр тяжести части плоскости между циссоидой и асимптотой
9. Циссоида – подэра параболы относительно её вершины = основания всех перпендикуляров, опущенных из вершины на все касательные к параболе.
10. Исследовать обобщения: заменить производящую окружность и прямую на что-то «хитрое»

ДЗ на 19\_02.

### ПИСЬМЕННОЕ! От руки, на бумаге!!

Привести к каноническому виду кривые, задаваемые уравнениями:

$$1) \quad 5x^2 + 12xy - 22x - 12y - 19 = 0;$$

$$2) \quad 2x^2 + 4xy + 5y^2 - 6x - 8y - 1 = 0$$

- 3) Доказать, что у любой числовой функции непрерывной на окружности есть пара диаметрально противоположных точек, в которых функция принимает одинаковое значение. (= «слепляет два антипода»).
- 4) Верно ли 3) для пары точек, у которых угол между радиусами, проведенными в них, прямой?
- 5) Доказать, что площадь между циссоидой и её асимптотой в три раза больше площади производящего круга.