

Семинар 13

Расслоения 2

Все расслоения – это векторные расслоения произвольного ранга, если он не уточнен.

1. Расслоения ранга k , заданные атласами $(U_\alpha, g_{\alpha\beta}), (U_\alpha, \tilde{g}_{\alpha\beta})$, тогда и только тогда изоморфны, когда существуют такие гладкие матричнозначные функции $h_\alpha: U_\alpha \rightarrow GL(k, \mathbb{R})$, что $\tilde{g}_{\alpha\beta} = h_\alpha g_{\alpha\beta} h_\beta^{-1}$. Доказать.

2. Напишите функции перехода для стандартного атласа касательного (кокасательного) расслоения многообразия.

3. Сечение s расслоения $(U_\alpha, g_{\alpha\beta})$ однозначно определяется таким набором векторнозначных функций $s_\alpha: U_\alpha \rightarrow \mathbb{R}^k$, что $s_\alpha = g_{\alpha\beta} s_\beta$. Доказать.

4. Докажите, что векторное расслоение над интервалом (отрезком) прямой тривиально.

5. Докажите, что нормальное расслоение (это как?) над сферой S^n в $\mathbb{E}^{(n+1)}$ тривиально.

6. Докажите, что тавтологическое расслоение ранга 2 (это как?) над многообразием Грассмана $G(2, 4)$ локально-тривиально.

7. Докажите, что расслоение $TS^2 \oplus$ (тривиальное линейное расслоение) тривиально.

8. Сколько существует неэквивалентных вещественных расслоений ранга 169 над окружностью? А комплексных расслоений того же ранга?

9*. Докажите, что векторное расслоение над диском D^2 тривиально.

10**. Докажите, что все векторные расслоения над S^3 тривиальны.