

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ 2024. ЗАДАЧИ 3.

Независимость

1. При прохождении одного порога байдарка не получает повреждений с вероятностью p_1 , получает серьезные повреждения с вероятностью p_2 , и полностью ломается с вероятностью $p_3 = 1 - p_1 - p_2$. Два серьезных повреждения приводят к полной поломке. Найдите вероятность того, что при прохождении n порогов байдарка не будет полностью сломана.
2. Пусть $n \geq 2$. Случайным образом выбираем из $\{1, 2, \dots, n\}$ одно число. Событие A — выбранное число делится на 2, событие B — выбранное число делится на 7. Найдите все n такие, что события A и B независимы.
3. а) Пусть событие A не зависит само от себя. Чему равна его вероятность?
б) Пусть $\mathbb{P}(A) = 0$ или $\mathbb{P}(A) = 1$. Покажите, что событие A независимо с любым событием B .
4. Кубик бросают до тех пор, пока впервые не выпадет меньше пяти очков. Какова вероятность получить при последнем броске не меньше двух очков?
5. Алиса и Боб играют в следующую игру. Бросается правильная монета до тех пор пока не встретится комбинация 110 или 100. Алиса выигрывает, если первой появилась комбинация 110, а Боб в случае, когда первой появилась комбинация 100. Кто будет выигрывать чаще? Какова вероятность побед Алисы и Боба?
6. Пусть p_n обозначает вероятность того, что за n подбрасываний симметричной монеты ни разу не выпадут три орла подряд. Найдите рекурсию для p_n .
7. Придумайте пример трех событий A, B, C , независимых попарно, но не в совокупности.
8. События A, B, C попарно независимы и равновероятны, $A \cap B \cap C = \emptyset$. Найти максимально возможное значение $\mathbb{P}(A)$.

Геометрические вероятности

1. Согласно расписанию, автобус и троллейбус электробус ходят каждые 20 минут до полуночи, троллейбус начинает движение в 6:00, а автобус — в 6:15. Найти вероятность уехать троллейбусом, придя на остановку в случайный момент времени днем и выбрав первый подошедший транспорт.
2. X и Y договорились встретиться в промежуток времени с 12.00 до 13.00, причем каждый из них готов ждать ровно 30 минут. Какова вероятность встречи? Какова вероятность того, что они встретились и X не ждал Y ? Какова вероятность, что они пришли одновременно?

3. **Н** Стандартный компьютерный генератор `rand` выдает случайные числа на интервале от нуля до единицы, далее из каждого извлекают квадратный корень и ответ печатают в формате с фиксированной точкой, используя точность 16 знаков после запятой (то есть например, так: 0.0003267891135015...). Найти вероятность, что в этой записи второй цифрой после десятичной точки будет двойка? Найдите ответ аналитически и сравните с результатом компьютерного эксперимента.
4. Трое загадывают по числу из отрезка $[0, 1]$. Какова вероятность того, что существует треугольник с такими сторонами?