

Контрольная 29 октября 2024 года

Вариант 1

1. Существует ли в пространстве \mathbb{R}^3 линейный оператор, переводящий векторы $(1, 2, 3)$, $(4, 5, 6)$, $(7, 8, 9)$ соответственно в векторы $(1, 1, 1)$, $(0, 1, 0)$, $(1, 0, 1)$? Если Да, то записать матрицу такого оператора в стандартном базисе "плавающая единица".

2. Пусть A и B – линейные операторы на 20-мерном векторном пространстве V и $AB = 0$. Доказать, что $(\text{rk}A + \text{rk}B) \leq 20$. Возможно ли в этом неравенстве равенство? Если Да, то привести пример.

3. Линейный оператор A на 20-мерном векторном пространстве V над полем из двух элементов таков, что $A^4 + A^3 + A^2 + A + E = 0$. Доказать, что у A есть инвариантное подпространство размерности 4.